QUÉ MATEMÁTICA SE ENSEÑA EN AULAS DE SEXTO AÑO DE PRIMARIA EN ESCUELAS DE LATINOAMÉRICA

Which mathematics is taught in classrooms of sixth grade in elementary schools in Latin America?

BEATRIZ PICARONI* | GRACIELA LOUREIRO**

Resumen. En este artículo se describen las características principales de la enseñanza de la matemática desarrollada por 160 maestros latinoamericanos trabajando con alumnos del último año de la escolaridad primaria en 2008. Fundamentalmente, se parte del análisis de más de 2500 registros fotográficos de actividades propuestas para evaluar el desempeño de los niños en la disciplina y se complementa con información recabada en algunas de las entrevistas en profundidad realizadas a los docentes. Las autoras profundizan en los enfoques y concepciones didácticos que orientan la enseñanza impartida por los docentes y dan cuenta sobre la existencia de una brecha importante entre dichos enfoques y las necesidades de la educación matemática en el mundo actual.

Palabras clave: enseñanza, Primaria, matemática, Latinoamérica

Abstract. *This article describes the main characteristics of math teaching used by 160 Latin-American teachers working with students in the last grade of elementary school in 2008. Mainly, the starting point is the analysis of more than 2500 photographs of activities proposed to evaluate children's performance in the subject and is complemented with information gathered in some interviews made in depth by teachers. The authors study in depth didactic approaches and conceptions that guide the education provided by teachers and account for the existence of an important gap between said approaches and the needs for mathematical education in the current world.*

Key words: *teaching, elementary school, mathematics, Latin America*

* Maestra, Master en Políticas Públicas por ORT Uruguay y Diplomada en Ciencias Sociales por FLACSO, Argentina. Estuvo a cargo de la Unidad de Evaluación de Aprendizajes dependiente de la Administración Nacional de Educación Pública (ANEP). Fue Coordinadora Nacional del Laboratorio Latinoamericano de la Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE) de OREALC-UNESCO, profesora de Evaluación de la Maestría en Educación de la Universidad Católica del Uruguay y de la Licenciatura de Educación de la Universidad Católica de Argentina. Desde 2007 se desempeña como docente e investigadora del Instituto de Evaluación Educativa de la Facultad de Ciencias Humanas de esa universidad.

** Maestra, con larga experiencia en temas de evaluación educativa. En la actualidad se desempeña como investigadora del Instituto de Evaluación Educativa de la Facultad de Ciencias Humanas de la Universidad Católica del Uruguay. Es integrante del equipo técnico de la Dirección de Investigación, Evaluación y Estadística de la Administración Nacional de Educación Pública. Representa a Uruguay en las reuniones de coordinación del Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad Educativa (LLECE) de la OREALC-UNESCO.

Este trabajo de investigación, de carácter exploratorio y descriptivo, está basado en el estudio «La evaluación de aprendizajes en las aulas de Primaria en América Latina: enfoques y prácticas»[1] realizado en 2008, que involucró a ocho países de América Latina: Argentina, Colombia, Costa Rica, El Salvador, Guatemala, México, Perú y Uruguay. La selección de estos países se realizó teniendo en cuenta la diversidad de desempeños que ellos habían tenido en el Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo (SERCE) llevado a cabo por la Oficina Regional de Educación para América Latina y el Caribe (OREALC) de UNESCO. Además, para esta selección, se tuvo en cuenta la diversidad geográfica. En cada país fueron seleccionadas de manera intencional diez escuelas públicas, de preferencia de contextos urbanos desfavorecidos y que hubiesen obtenido, en el SERCE o en las evaluaciones nacionales, resultados en el promedio del país o por encima del mismo. El estudio fue posible gracias a la generosa colaboración de los maestros de sexto año que aceptaron compartir su trabajo.

Los datos de esta investigación fueron relevados a partir de registros fotográficos de las consignas propuestas por los maestros para evaluar a sus alumnos, de los trabajos de los estudiantes y de las devoluciones de los docentes. El propio maestro fue quien seleccionó las actividades de evaluación analizadas, lo que hace suponer que el material recogido tiene un sesgo hacia los mejores trabajos. Las entrevistas estuvieron destinadas a indagar cómo y por qué evalúan los docentes, qué tipo de consignas e instrumentos emplean, qué contenidos y competencias priorizan a la hora de evaluar, cómo usan los resultados de sus evaluaciones, qué tipo de devolución hacen y cómo califican a los estudiantes. Mientras las entrevistas permitieron analizar lo que los maestros dicen sobre lo que evalúan y sobre por qué lo hacen de determinada manera, el análisis de los trabajos de los alumnos permitió ver las propuestas de evaluación instrumentadas por los docentes, indicador clave acerca del currículo implementado.

En este artículo se pretende dar una nueva mirada sobre esta investigación, centrándose en las evaluaciones que proponen los maestros en el área de matemática, sobre el supuesto de que ellas reflejan claramente las estrategias de enseñanza de esta disciplina. Las bases de datos provienen, fundamentalmente, de 2500 fotos de propuestas de evaluación en matemática, parte de las cuales están recogidas en la «Colección de propuestas de evaluación: matemática» (Pazos). También se tuvieron en cuenta las 160 entrevistas realizadas a los maestros del estudio[2]. A partir de estas bases es posible tener evidencias sobre los trabajos en matemática que los niños realizan bajo la orientación de sus maestros.

---

1 El trabajo fue realizado por el Instituto de Evaluación Educativa de la Universidad Católica del Uruguay, con el apoyo del Grupo de Trabajo sobre Estándares y Evaluación (GTEE) del Programa de Promoción de la Reforma Educativa en América Latina (PREAL). El artículo fue elaborado en el marco del Fondo de Fortalecimiento Académico y Docente (FAD), que implementa anualmente la Facultad de Ciencias Humanas de la Universidad Católica del Uruguay. Se han incluido algunos de los materiales preparados por Liliana Pazos para el Seminario Taller sobre Enseñanza de la Matemática, realizado el 17 de diciembre de 2009, en la Facultad de Ciencias Humanas de la Universidad Católica.

2 El lector interesado en profundizar en las entrevistas puede remitirse al documento producido en el marco de la investigación original «La evaluación en las aulas de primaria: usos formativos, calificaciones y comunicación con los padres» (Picaroni)

DIME CÓMO EVALÚAS Y TE DIRÉ CÓMO ENSEÑAS

Esta nueva mirada sobre el estudio «La evaluación de aprendizajes en las aulas de Primaria en América Latina: enfoques y prácticas» es posible porque la forma de evaluar de los maestros está en estrecha relación con su enfoque didáctico, con sus propuestas de enseñanza y, en definitiva, con su concepción de la disciplina.

La evaluación cumple un rol muy importante dentro del proceso de enseñar y de aprender y el uso apropiado de la información que de ella se deriva es fundamental para la mejora de los aprendizajes. El propio desarrollo de la enseñanza necesita de la evaluación formativa. Ella actúa como proceso regulador entre la acción del docente y el aprendizaje del alumno, ya que permite ajustar las intervenciones del maestro a las necesidades del que aprende. También en la evaluación sumativa y para calificar se pone de manifiesto qué es lo que los docentes priorizan en el aprendizaje de los alumnos. Por lo expuesto, las prácticas de evaluación ofrecen un insumo muy adecuado para conocer las prácticas de enseñanza que se describen en este artículo.

Se advierte al lector que nada de lo que aquí se ofrece puede generalizarse para los países en donde se realizó el estudio de PREAL. Todos los datos que se entregan en este trabajo dan cuenta solamente de lo que se hace al interior de los 160 grupos de sexto año visitados.

LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA

El conocimiento matemático ha hecho posible el avance sostenido en varios campos de la ciencia y de la tecnología mejorando y facilitando la vida humana, pero su aprendizaje parece no resultar tarea sencilla para parte de los estudiantes latinoamericanos. Por lo menos así lo muestran los bajos resultados obtenidos por los países de la región que participaron en la evaluación PISA (Programme for International Student Assessment) en el 2003[3]. Este estudio evaluó la competencia matemática de los alumnos de 15 años, definida como «la capacidad del alumno de ver cómo pueden aplicarse las matemáticas al mundo real y, de ese modo, adentrarse en la utilización de las matemáticas para satisfacer sus necesidades» (OCDE, 4). PISA definió seis niveles de competencia que describen los procesos matemáticos que un estudiante necesita poner en práctica para resolver las actividades de la prueba. Los niveles más altos (4, 5, 6) describen lo que pueden hacer los alumnos más competentes, aquellos que responden correctamente a los ítems más difíciles de la prueba; los niveles más bajos (1, 2, 3), describen las competencias de los alumnos que sólo pueden resolver las actividades más fáciles. El nivel por debajo del 1 refiere a los alumnos que no son capaces de realizar ni siquiera las propuestas más sencillas.

El cuadro 1 presenta los porcentajes de estudiantes en cada nivel de desempeño en los países que obtuvieron los mejores resultados, en contraposición con

3 En 2003 la matemática fue el foco principal de este estudio.

los porcentajes alcanzados por los países latinoamericanos participantes. Como se puede observar, tanto en México como en Brasil, más de la mitad de los estudiantes se encuentran en el nivel 1 o por debajo del mismo. En Uruguay este porcentaje está muy cercano a esa cifra (48%); en los países con mejores resultados se ubican en esos niveles solamente alrededor del 10% de los estudiantes.

Los resultados en matemática del Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo (SERCE), que tuvo lugar en 2006 e involucró a 16 países de América Latina, también reflejan serias carencias en el aprendizaje de la matemática.

Como muestra el cuadro 2, en sexto año, solo el 11% de los estudiantes evaluados se ubicó en el nivel más alto de desempeño (nivel 4), mientras que en los dos niveles más bajos se ubicó el 55% de ellos (niveles 1 y 2) y aún el 1,5% se situó por debajo del nivel 1. Las mayores dificultades se centraron en la resolución de problemas y en los procesos en los que los estudiantes debieron relacionar información y transferir conocimientos (Valdés).

Otro aspecto a tener en cuenta son las actitudes hacia las matemáticas. Entre los resultados del estudio PISA se señala que:

> La actitud frente al estudio de las matemáticas por parte de los alumnos mostró algunas características preocupantes, más graves en unos países que en otros. De entre los países de la OCDE, cerca de la mitad de los estudiantes afirmaron estar interesados por lo que aprenden con las matemáticas, pero sólo un 38 % considera que estudia matemáticas porque disfruta con ello. Mientras que muchos estudiantes se muestran interesados por lo que aprenden en matemáticas, menos de un tercio afirma estar deseando que llegue la clase de matemáticas. (OCDE, 13)

Además, más de la mitad de los alumnos evaluados por este estudio dijeron sentirse preocupados por sacar malas notas en esta disciplina y ponerse muy nerviosos al realizar problemas. Los estudiantes latinoamericanos se encuentran entre los que manifestaron mayor ansiedad frente a la matemática.

Las actitudes de los estudiantes hacia esta disciplina, aunado a los bajos resultados (cuadros 1 y 2), nos lleva a reflexionar sobre las prácticas de enseñanza empleadas por los docentes en las aulas. Cabría entonces preguntarse: ¿los

Cuadro 1. PISA 2003. PORCENTAJE DE ESTUDIANTES EN CADA NIVEL DE DESEMPEÑO EN LA PRUEBA DE MATEMÁTICA

NIVELES	HONG KONG	FINLANDIA	COREA	URUGUAY	MÉXICO	BRASIL
6	10	7	8	1	0	0
5	20	17	17	2	0	1
4	25	26	25	8	3	3
3	20	28	24	17	10	7
2	14	16	17	24	21	14
1	7	5	7	22	28	22
Bajo 1	4	1	2	26	38	53

FUENTE: elaboración propia a partir de la tabla 2.5a del anexo B1 del Informe PISA 2003 (OCDE 2004, 358).

docentes enseñan la matemática que los alumnos están en condiciones de aprender?, ¿los alumnos relacionan los nuevos conceptos matemáticos con los conceptos aprendidos anteriormente?, ¿se promueven estrategias de aprendizajes eficaces?, ¿los alumnos están motivados para aprender la matemática que se enseña en las aulas?, ¿la sienten como un aprendizaje necesario y útil, cargado de sentido?

LA MATEMÁTICA COMO OBJETO DE CONOCIMIENTO

Enseñar y aprender matemática no es una tarea sencilla y ella se presenta como un problema en todos los niveles educativos. La ciencia matemática es una disciplina ideal y compleja en su naturaleza, cuyo objeto de estudio son conceptos abstractos que se relacionan a través de definiciones que, a su vez, se conectan y apoyan entre sí. Sin duda, aprender estos conceptos matemáticos requiere de cierto grado de «madurez cognitiva» que permita al alumno asimilar los nuevos conocimientos, casi siempre de naturaleza abstracta, para poder integrarlos en forma significativa. Los nuevos conocimientos matemáticos serán aprendidos, retenidos y aplicados por el alumno a nuevas situaciones, en la medida en que ellos sean accesibles a su «estructura cognitiva» (Ausubel) y puedan ser integrados y relacionados con conceptos ya existentes. La etapa del pensamiento por la que transitan los escolares y su maduración debe estar en consonancia con los conocimientos que se quieren enseñar y esto no siempre ocurre así. Al respecto, refiriéndose a la enseñanza de la matemática en la Educación Primaria, el matemático Roberto Markarian dice:

> El aprendizaje se da en el momento en que la matemática informal del niño (basada en nociones intuitivas y procedimientos inventados para operar con aquellas nociones) se transforma en algunas reglas formales que el maestro debe captar y resumir. Estos cambios se dan, en general, de modo súbito y crean discontinuidades en el proceso de aprendizaje. Estas discontinuidades son naturales e inevitables; los profesores deben estar preparados para ellas pues constituyen el aprendizaje mismo de la disciplina. Pero, además, para conseguir reales avances, los alumnos deben disponer de herramientas que les permitan dar el salto, o sea, establecer vínculos entre la matemática informal y formal. Se propenderá a crear modelos de situaciones o fenómenos conocidos que permitan simultáneamente analizar lo intuitivo y experimentar con el correlativo formal. (Markarian, 5)

Cuadro 2. ESTUDIO SERCE 2006. RESULTADOS EN MATEMÁTICA 6º AÑO. PORCENTAJE PROMEDIO DE ESTUDIANTES EN CADA NIVEL DE DESEMPEÑO

4	11,4
3	33,3
2	40,8
1	13,9
Bajo 1	1,5

FUENTE: elaboración propia a partir del gráfico 3.8 del Primer Reporte (SERCE 2008, 84).

La intervención adecuada y oportuna del docente en el aula es un factor fundamental para que todos los niños construyan el conocimiento matemático relacionando eficientemente sus aprendizajes logrados espontáneamente con los formales de la disciplina.

VALOR FORMATIVO E INSTRUMENTAL DE LA MATEMÁTICA

Para facilitar el aprendizaje de la matemática, el maestro deberá entonces conocer profundamente la estructura del conocimiento matemático y la forma de pensar del alumno, además de decidir y optar —entre lo que indican los programas escolares y más allá de ellos— por aquellos conocimientos que le sean más útiles y que a su vez tengan el valor formativo de desarrollar el sentido crítico y la autonomía intelectual. Luis Santaló (en Parra y Saiz, 26) resume muy bien este concepto cuando puntualiza que «[l]a enseñanza de la matemática debe ser un constante equilibrio entre la matemática formativa y la matemática informativa» (26). La matemática ayuda a estructurar el pensamiento crítico, reflexivo, deductivo y promueve los procesos de autorreflexión (valor formativo) pero también sirve como herramienta que permite interpretar, analizar y poner en práctica diferentes recursos matemáticos para resolver los problemas relacionados con la disciplina (valor informativo).

Esto hace que la escuela deba cambiar continuamente y adaptarse a las demandas de un mundo desafiante y en continua transformación. Pero efectivamente ¿los maestros en sus aulas tienen presentes estos valores de la enseñanza de la matemática —formativos, instrumentales— cuando toman la decisión de qué matemática enseñar?, ¿reflexionan sobre la idea de que algunos contenidos escolares incluidos en los currículos ya no son los más adecuados para el mundo que sus alumnos tendrán que vivir?, ¿se cuestionan sobre la necesidad de acercar a sus estudiantes conceptos e instrumentos necesarios para desenvolverse en un mundo cada vez más demandante, más allá de que ellos estén o no incluidos en los programas de estudio?

ALGUNOS APORTES DE LA DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

El hecho de distinguir entre el valor formativo y el valor instrumental de la enseñanza de la matemática no implica dicotomizar el objeto de conocimiento para optar entre la matemática pura y la matemática aplicada. Ninguna es prescindible porque no es posible separar el pensamiento y la acción. Aprender matemática supone, pues, construir conocimiento en su doble valor, objeto cultural y herramienta, fundamentalmente porque el estatus de herramienta sólo se puede lograr si se dispone del conocimiento necesario para aplicarlo en situaciones diferentes de aquellas en las que se generó.

El alumno debe ser capaz no sólo de repetir o rehacer, sino también de resignificar en situaciones nuevas, de adaptar, de transferir sus conocimientos para resolver nuevos problemas. Y es haciendo aparecer las nociones matemáticas como herramientas para resolver problemas lo que permitirá a los alumnos construir el sentido. Sólo después estas herramientas podrán ser estudiadas por sí mismas (Douady).

En la vida social, el conocimiento se presenta contextualizado en situaciones que lo cargan de significado. Para favorecer su transferencia es necesario descontextualizarlo para desentrañar su esencia, conceptualizarlo y generalizarlo. En dicho proceso se identifica el concepto, se le da nombre y se reconocen las reglas que permiten dar el salto semántico del primer contexto situacional al conjunto de situaciones que su campo conceptual permite.

Uno de los objetivos esenciales (y al mismo tiempo una de las dificultades principales de la enseñanza de la matemática) es precisamente que el contenido a enseñar esté cargado de significado, que tenga sentido para el alumno. Sólo cuando el estudiante logra construir el sentido de un conocimiento está en situación de apropiarse de él, y de utilizarlo.

Según Guy Brousseau (citado por Charnay en Parra y Saiz, 51), el sentido de un conocimiento matemático se define no sólo por la colección de situaciones donde ese conocimiento es realizado como teoría matemática, no sólo por la colección de situaciones donde el sujeto lo ha encontrado como medio de solución, sino también por el conjunto de concepciones que rechaza, de errores que evita, de economías que procura, de formulaciones que retoma.

La construcción del sentido estaría dada pues, en dos niveles. En un nivel externo, cuando se indaga sobre la utilización del conocimiento y los límites del mismo; en un nivel interno, cuando se pregunta sobre la forma y el sentido del funcionamiento de una determinada herramienta matemática. Y es, sin duda, el planteamiento de situaciones-problema en el aula un vehículo esencial para la construcción del sentido.

Las tareas propuestas por los docentes deberían entonces ser desafiantes, originales y enmarcarse dentro de contextos plausibles, lo que Wiggins (22) llama «tareas auténticas». La autenticidad está dada según este autor por cinco características básicas:

- Tienen una finalidad específica, se reconoce la meta a alcanzar.
- Tienen destinatarios reales, más allá del maestro.
- Incluyen elementos de incertidumbre. No son tareas escolares donde el propio planteo del maestro orienta los pasos a seguir.
- Incluyen restricciones o limitaciones que hacen que, para resolverlas, la persona deba idear alternativas y tomar decisiones acerca de cuál es la mejor solución.
- Para resolverlas es necesario emplear un repertorio de recursos cognitivos.

Justamente la autenticidad de una tarea moviliza la necesidad de ampliar los recursos utilizando nuevas herramientas.

Además de lo anterior, las situaciones-problema que el maestro plantea en el aula deberían orientar el encuentro de regularidades que tipifican al objeto de conocimiento matemático en su esencia como ente ideal que existe más allá de los objetos reales. Justamente el conocimiento de las regularidades es el que permite dar el salto cualitativo de lo contextual a lo general. Este tipo de propuestas se contextualizan intramatemáticamente. Su sentido surge del análisis reflexivo sobre un objeto matemático problematizado. Estas tareas evitan caer en lo que denominamos «desmatematización de la matemática», que implica el trabajar la disciplina como si sus objetos pertenecieran al mundo empírico desconociendo su origen ideal a partir de diferentes teorías.

DOS ENFOQUES EN LA ENSEÑANZA (AL MENOS)

Si bien coexisten varios modelos de enseñanza de la matemática nos concentraremos en dos posturas que podrían considerarse extremas. En general nos movemos más cerca de un extremo que del otro pero muchas veces coexisten en las prácticas de un mismo docente ejemplos de uno y otro enfoque.

De acuerdo a Charnay (en Parra y Saiz, 54), en un extremo encontramos un «enfoque normativo» que pone el protagonismo en el contenido. El maestro es el encargado de comunicar a sus alumnos el saber ya acabado y construido. En este enfoque se prioriza el «paso a paso» haciendo un seguimiento lineal del conocimiento. Éste se inicia en el desarrollo del tema involucrado con presentación de ejemplos, continúa con la ejercitación de los procedimientos involucrados y finaliza con la realización de «pseudo problemas» para aplicarlo. Es decir, para resolverlos el alumno pone en juego algoritmos o procedimientos ya aprendidos y ejercitados. Es común que las tareas se presenten en el marco de una situación literal que pretende contextualizarla pero que no llegan a ser verdaderos problemas (de ahí el término «pseudoproblemas»). Generalmente, el contexto literal es irrelevante porque en realidad no aporta a la construcción de significado, dado que el propósito del trabajo es que el alumno aplique un conocimiento adquirido.

En el otro extremo estaría el «enfoque aproximativo», que centra la construcción del conocimiento en el alumno, quien investiga, intenta soluciones, las confronta con sus compañeros, las discute. El conocimiento se aborda en su real complejidad, se entiende como provisorio y se construye por aproximaciones sucesivas en distintos contextos situacionales. Se presenta en problemas reales o intramatemáticos que requieren la construcción de nuevos aprendizajes o relaciones para su solución. El problema se entiende como una situación nueva y desafiante desde el punto de vista cognitivo y es siempre el punto de partida para un nuevo conocimiento.

Páginas de Educación, vol. 3, 2010, Montevideo (Uruguay), 29-60. ISSN 1688-5287

¿PROBLEMAS O EJERCICIOS?

Sin lugar a dudas, en cualquiera de los enfoques didácticos señalados en el apartado anterior, los problemas y los ejercicios son necesarios en la enseñanza y en el aprendizaje de la matemática. Los primeros, fundamentalmente al servicio del pensamiento crítico, y los segundos para avanzar en las competencias instrumentales necesarias para resolver problemas. Sin embargo, en la práctica suele quedar borrosa la frontera entre unos y otros.

Prácticamente hay acuerdo en el concepto de ejercicio. Se da este nombre a toda propuesta matemática que apela a la aplicación de procedimientos conocidos por el sujeto que debe resolverlos. Se los utiliza para hacer que los alumnos practiquen determinadas rutinas que se consideran necesarias para el aprendizaje de la disciplina.

Sin embargo, no siempre que se habla de problemas se apela al mismo concepto. Desde un punto de vista, la concepción tradicional de «problema» lo reconoce como cualquier situación matemática presentada en el marco de un enunciado verbal que busca contextualizarla, independiente de la reacción que provoque en la persona que debe resolverlo. Desde otra perspectiva, un problema se define por los rasgos esenciales que lo diferencian de un ejercicio. Se concibe como problema a toda situación matemática que involucra conocimientos de uno o más campos, que plantea un interrogante, que admite más de una perspectiva de análisis y que no ha sido resuelta anteriormente por el sujeto.

La distinción entre ejercicio y problema no es absoluta ya que una misma situación matemática puede entenderse como lo primero o como lo segundo, en función de a quién se destina. Una sencilla suma que suele ser un simple ejercicio para muchos destinatarios, puede ser un problema si va dirigida a niños de muy corta edad, que apenas han logrado conceptualizar la operación a partir de la manipulación de elementos concretos trabajando en un campo numérico muy restringido. No existen pues, ejercicios y problemas en forma independiente de las personas que deben resolverlos. A la pregunta «¿cuántos lápices le corresponden a cada uno de los 16 alumnos del grupo si reparto en partes iguales los 240 de una caja?», algunos responderán «15» en forma inmediata aplicando la división 240:16 exitosamente, y otros tardarán cierto tiempo pues deberán buscar entre los conocimientos que disponen una estrategia adecuada para resolver algo a lo que nunca se han visto enfrentados.

La distinción por parte del docente entre ejercicio y problema es fundamental porque ello implica considerar el propósito real de las tareas que se presentan a los niños. Los problemas son fundamentales en la construcción del conocimiento matemático; los ejercicios son necesarios para que tengan oportunidad de frecuentar los diferentes temas que van logrando conceptualizar, de manera de asegurar que cada conocimiento se transforme en herramienta para construir otros nuevos.

DISTINTAS PERSPECTIVAS DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN AULAS DE LATINOAMÉRICA

En este apartado se presentan los hallazgos de esta nueva mirada a los materiales recogidos en el trabajo de campo del estudio realizado en 2008 en aulas de Argentina, Colombia, Costa Rica, El Salvador, Guatemala, México, Perú y Uruguay. Tal como ya se advirtiera al lector en la introducción, lo que aquí se expresa sólo puede ser atribuible a lo que sucede en las aulas orientadas por los maestros del estudio, dado que al haber trabajado con una muestra intencional, de ninguna manera puede ser representativo de lo que se hace al interior de cada país.

Para describir los enfoques de la enseñanza en matemática a partir de las prácticas de evaluación en el aula fue necesario construir categorías de análisis que permitieran interpretar los aspectos didácticos implicados en las tareas de evaluación. Los registros fotográficos obtenidos fueron clasificados a partir de las siguientes cuatro categorías:

- Contenidos trabajados. Categoría definida en función de la terminología que los maestros utilizan para clasificar, desde la matemática, las tareas que proponen: «problemas»[4], «numeración», «operaciones», «geometría», «medida», «conjuntos», «estadística» y «lógica».
- Diferenciación entre ejercicio y problema. «Ejercicio» es toda propuesta que apela a la aplicación de procedimientos conocidos por el sujeto que debe resolverlos. «Problema» es toda situación que involucra conocimientos de uno o más campos, que plantea un interrogante, que admite más de una perspectiva de análisis y que no ha sido resuelta anteriormente por el sujeto.
- Contextos involucrados en las actividades. «Significativo», entendiendo como tal a aquel que aporta a la construcción del significado del conocimiento puesto en juego. «Intramatemático», cuando el significado está dado por la problematización de los conocimientos de la propia disciplina. «Escolar», refiere a las actividades que presentan situaciones que sólo tienen significado en el ámbito escolar ya que responden a las necesidades de la enseñanza. «Sin contexto», para señalar aquellas actividades donde el conocimiento se presenta aislado de las situaciones que podrían darle sentido.
- Procesos cognitivos para la resolución de las tareas. «Simples», procesos que ponen en juego la reproducción del conocimiento. «Complejos», procesos que ponen en juego la reflexión sobre el conocimiento.

---

4 Se decidió incluir «problemas» como contenido, a pesar de que se parte de la concepción que las actividades de cualquier área trabajada puede ser considerada «problema» o «ejercicio», dado que así se considera en la mayoría de los casos visitados.

La descripción de lo que se enseña en estas aulas de sexto año se organiza considerando los fines, los objetos y las formas de enseñanza desarrollados por los docentes del estudio.

Cabe señalar que los currículos de los diferentes países coinciden en la mayoría de los contenidos matemáticos a enseñar y suelen priorizar el valor formativo de la asignatura incluyendo, en algunos casos, además, orientaciones didácticas para su enseñanza. Es habitual que los docentes trabajen los contenidos incluidos en los programas escolares. Sin embargo, los registros obtenidos no dan cuenta de que se atiendan, en la misma medida, las sugerencias metodológicas[5].

¿PARA QUÉ SE ENSEÑA?

Si bien las evidencias obtenidas dan cuenta de que los maestros del estudio atienden con sus propuestas de trabajo a los valores que tradicionalmente se atribuyen a la enseñanza de la matemática —instrumental y formativo— es evidente que lo que se prioriza es el valor instrumental, mientras que el peso que se le da al formativo es mínimo. A pesar de que en el discurso a veces los maestros dicen priorizar el valor formativo de la matemática, la cantidad de registros fotográficos que muestran actividades que lo promuevan, son pocas.

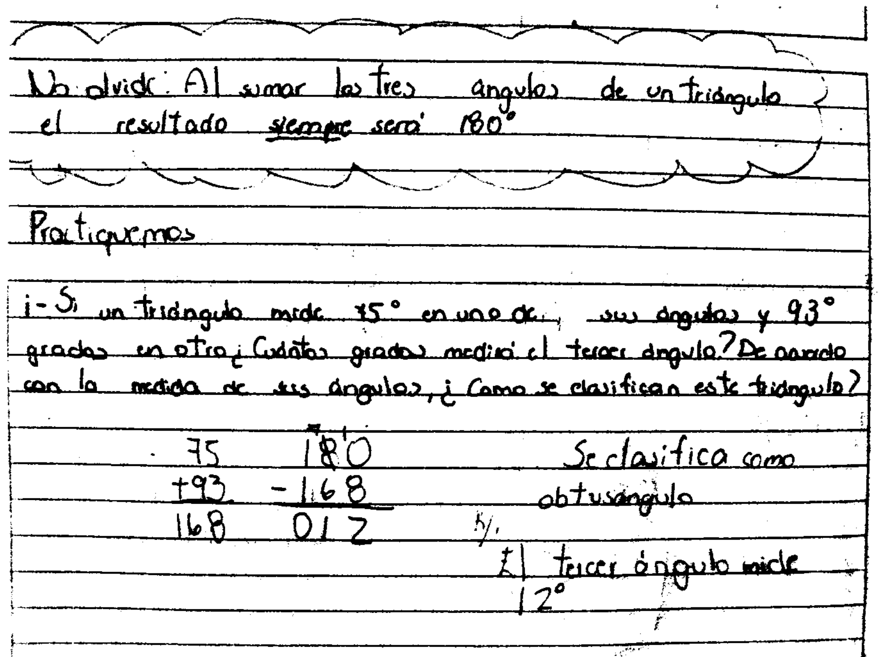
Son pocos los registros fotográficos que muestran actividades para cuya solución es necesario apelar a procesos de pensamiento complejos. Menos de la décima parte piden al alumno que argumente para justificar algún aspecto del proceso realizado. Apenas la décima parte de las tareas se enmarcan en contextos significativos o intramatemáticos. En síntesis, lo que predomina son las actividades cuyo propósito es el domino de determinados saberes procedimentales que se aplican, ya sea en forma directa o para resolver situaciones que no aportan a la construcción del significado tal como la presentada en la Figura 1.

La actividad consiste en un ejercicio de aplicación a partir del conocimiento de que la suma de los ángulos de un triángulo equivale a 180°, expresamente señalado como encabezado de la actividad. Se pide el cálculo de la medida de un ángulo de un triángulo conociendo el de los otros dos y que luego se le dé nombre a dicha figura. Se espera que el alumno avance en la comprensión de la información recibida a partir de su aplicación en un caso concreto. La actividad se presenta con un enunciado verbal que propone un interrogante, pero el propio docente la considera una ejercitación, tal como lo expresa el título que la encabeza: «Practiquemos».

En la figura 2 se presenta uno de los escasos registros fotográficos que dan cuenta del valor formativo de la matemática[6].

5 El lector interesado puede profundizar en este tema en el documento «Evaluación en el aula, currículo y evaluaciones externas» (Loureiro).

6 La foto integra la «Colección de propuestas de evaluación: matemática» (Pazos).


No olvide: Al sumar los tres angulos de un triángulo el resultado siempre será 180°

Practiquemos

1- Si un triángulo mide 75° en uno de sus angulos y 93° grados en otro ¿Cuántos grados medirá el tercer angulo? De acuerdo con la medida de sus angulos, ¿Como se clasifica este triángulo?

75 + 93 = 168

180 − 168 = 012

Se clasifica como obtusángulo y.

El tercer ángulo mide 12°

FUENTE: ESTUDIO PREAL-IEE (UCU) REGISTRO CR01M02

Figura 1

Se trata de una actividad de contexto intramatemático propuesta con la intención de promover el desarrollo del pensamiento crítico, autorreflexionando sobre lo que se está realizando. Los alumnos deben pensar nuevos productos a partir de la variación de uno o dos términos de la multiplicación presentada y, además, justificar el proceso seguido. Pueden resolverlo al menos de dos maneras diferentes:

- Aplicando propiedades de la multiplicación.

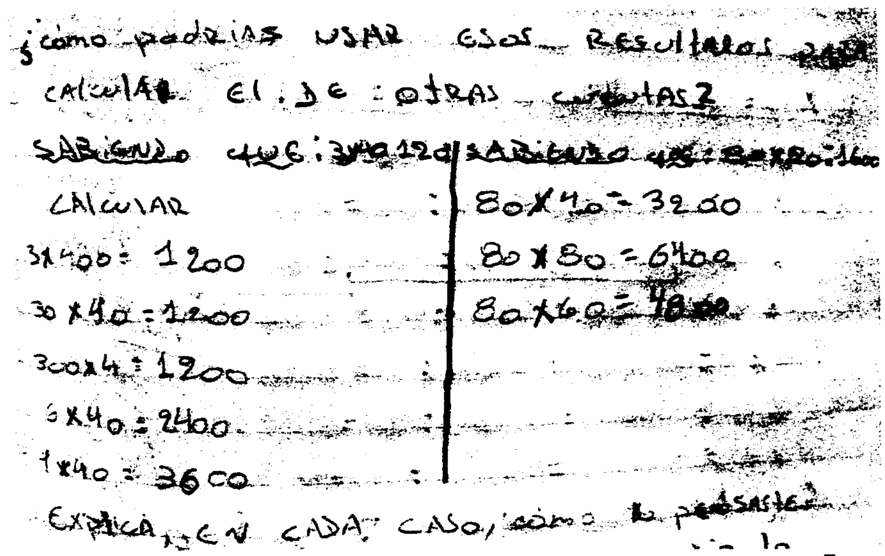
  axb = c axnxb = cxn

- En función de una generalización del repertorio con dígitos.

  Si 3x4=12 entonces 3x40=120.

La necesidad de justificar exige, además, la autorreflexión sobre lo realizado. Si también se confrontan las estrategias seguidas por los distintos alumnos se pone en juego una rica instancia de argumentación y reflexión imprescindible para desarrollar el pensamiento crítico y la autonomía intelectual.

Otro elemento a resaltar es que parecería no haber una clara conciencia sobre la finalidad de los trabajos que se proponen en el aula. Suele existir un desencuentro entre lo que se dice hacer en matemática y lo que efectivamente se hace.


¿cómo podrías usar esos resultados para
calcular el de otras cuentas?
Sabiendo que: 3x400=1200 | Sabiendo que: 80x20=1600
calcular | 80x40=3200
3x400=1200 | 80x80=6400
30x40=1200 | 80x60=4800
300x4=1200
6x40=2400
9x40=3600
Explica, en cada caso, cómo lo pensaste

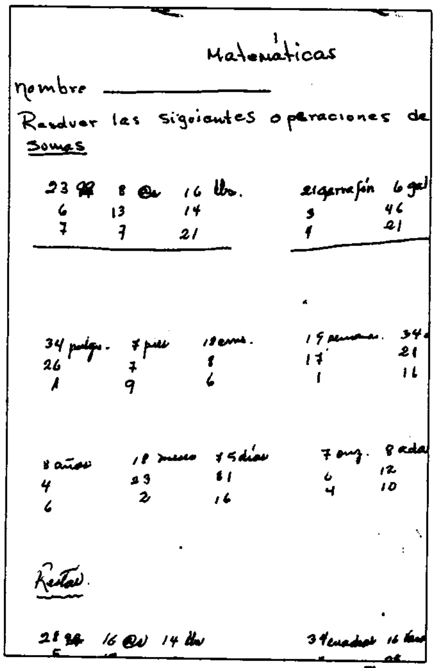
FUENTE: ESTUDIO PREAL-IIE (UCU) REGISTRO UY1 5M05

Figura 2

A modo de ejemplo, veamos la relación entre lo que manifiesta un docente guatemalteco en la entrevista y los trabajos que ofrece para fotografiar como más representativos de sus propuestas de evaluación[7]. Ante la pregunta «¿Qué aspectos determinantes usted tiene en cuenta para decidir si un niño aprueba o no el curso de Matemática?», responde: «Razonamiento, rapidez, reflexión» (GT-E.8). De acuerdo con esta respuesta parecería que el docente priorizara el valor formativo de la matemática y se esperaría que algunos de los cuatro trabajos dados para fotografiar, que se presentan en las siguientes figuras, dieran cuenta de dicho objetivo. La Figura 3 muestra una serie de algoritmos de cálculos con números complejos; la 4 una serie de cálculos de porcentaje y del impuesto al valor agregado; en la 5 se pide a los alumnos dos ejercicios de unión de conjuntos; en la 6 se solicita dar nombre a un conjunto de figuras geométricas y, además, medir y clasificar un grupo de ángulos.

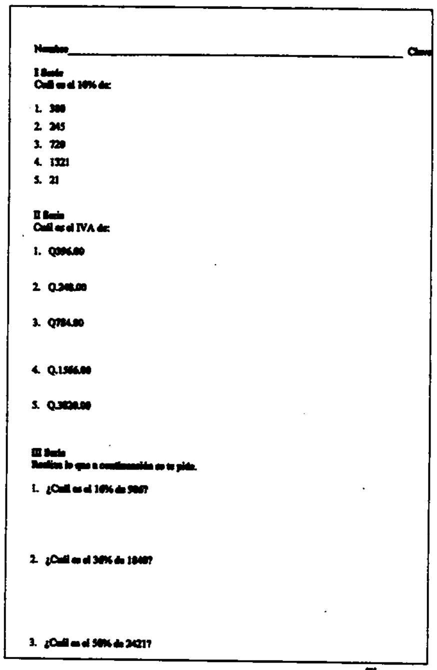
Si bien no hay duda de que es importante trabajar la mayoría de los temas que aparecen en las fotos, el tratamiento que se les da no parece ser el más adecuado para promover la reflexión y el pensamiento crítico, aspectos a los que apela la respuesta del docente en la entrevista, cuando dice «Razonamiento,... reflexión».

7 Antes de realizar el relevamiento de campo se les solicitó a los maestros que seleccionaran entre sus propuestas de evaluación las que ellos consideraran más representativas de su trabajo.



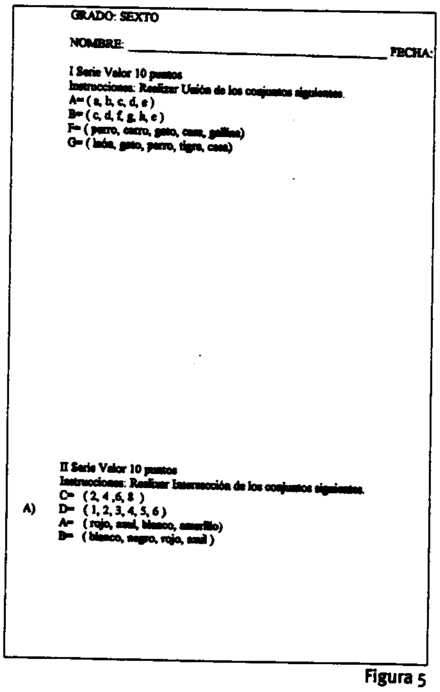
Matemáticas
nombre
Resolver las siguientes operaciones de Sumas
Restas.

Figura 3



Nombre ____ Clave
I Serie
¿Cuál es el 10% de:
1. 300
2. 245
3. 720
4. 1321
5. 21
II Serie
¿Cuál es el IVA de:
III Serie
Realiza lo que a continuación se te pide.
1. ¿Cuál es el 10% de ...?
2. ¿Cuál es el 30% de ...?
3. ¿Cuál es el 50% de ...?

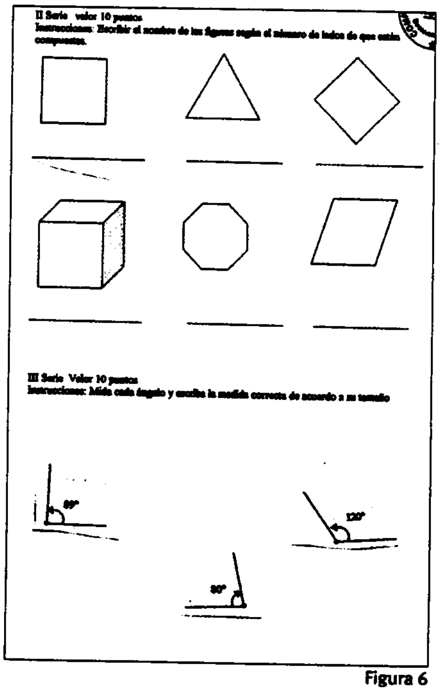
Figura 4



GRADO: SEXTO
NOMBRE: ____ FECHA:
I Serie Valor 10 puntos
Instrucciones: Realizar Unión de los conjuntos siguientes.
A= (a, b, c, d, e)
B= (c, d, f, g, h, e)
F= (perro, carro, gato, casa, gallina)
G= (león, gato, perro, tigre, casa)

II Serie Valor 10 puntos
Instrucciones: Realizar Intersección de los conjuntos siguientes.
C= (2, 4, 6, 8)
A) D= (1, 2, 3, 4, 5, 6)
A= (rojo, azul, blanco, amarillo)
B= (blanco, negro, rojo, azul)

Figura 5



II Serie Valor 10 puntos
Instrucciones: Escribir el nombre de las figuras según el número de lados de que están compuestas.
III Serie Valor 10 puntos
Instrucciones: Mida cada ángulo y escriba la medida correcta de acuerdo a su tamaño
120°

Figura 6

FUENTE: ESTUDIO PREAL-IEE (UCU) REGISTROS GTO8MO1, GTO8MO2, GTO8MO3 Y GTO8MO4

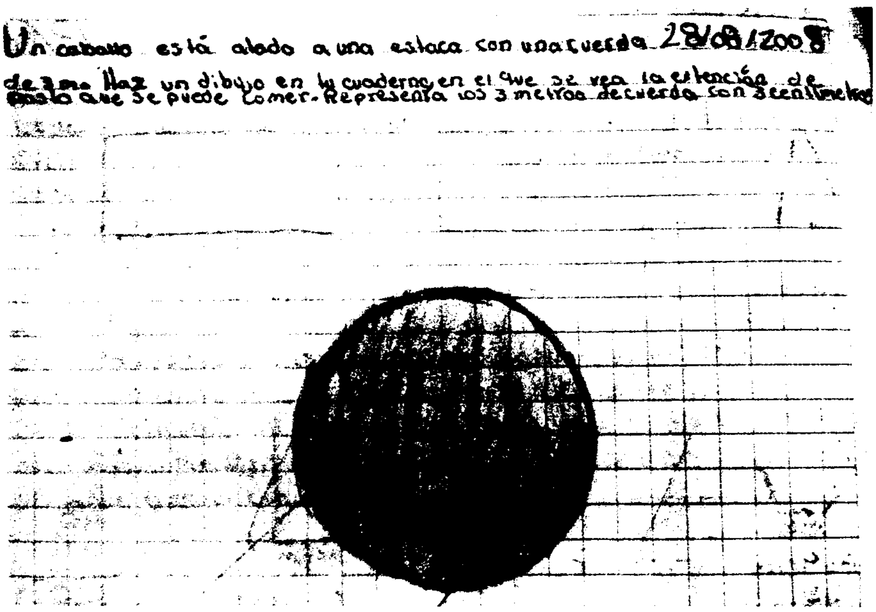
¿QUÉ SE ENSEÑA?

Para describir lo que se enseña en matemática, además de los registros fotográficos se utilizaron datos provenientes de las entrevistas en las que se les preguntó a los docentes sobre los contenidos curriculares y extracurriculares que priorizan para evaluar en matemática y promover a los niños a la educación media.

Una apreciación global de los datos obtenidos permiten concluir que alrededor del 90% de las propuestas que los maestros presentan a sus alumnos para evaluarlos son de aritmética; apenas la décima parte de las tareas presentadas a los niños son de geometría. Sin embargo, cuando se analizan los trabajos fotografiados por país se observa que, mientras en Argentina y Costa Rica dichas tareas representan aproximadamente un 25%, en Colombia representan un 9 %, en Uruguay un 8%, en Perú el 3% y en El Salvador menos del 1%.

Cuando se le pregunta a uno de los docentes argentinos por los contenidos priorizados en matemática expresa: «Mucha geometría, análisis de las propiedades de las figuras, de las diagonales, de la construcción. Tienen que saber que tiene que tener sí o sí cuatro ángulos rectos y cuatro lados iguales. Y con eso estoy seguro que es un cuadrado». (AR-E5). También cuando se les pregunta al respecto de la última evaluación oral realizada, algunos maestros aluden a temas de geometría como cuadriláteros y suma de los ángulos de un triángulo.

Según la categorización realizada, las áreas trabajadas son: problemas, numeración, operaciones, geometría, medida, conjuntos, estadística y lógica. Las cinco primeras se trabajan en todos los países, mientras que las otras tres se trabajan sólo en algunos (o el peso que se les da es muy bajo).



FUENTE: ESTUDIO PREAL-IEE (UCU) REGISTRO MX07M18

Figura 7

Una de las áreas más frecuentadas es «problemas» (en el entorno del 25% del total de las propuestas fotografiadas son nominadas por los maestros como tales). Sin embargo, apenas la tercera parte de ellos, de acuerdo al marco de referencia de este estudio, «verdaderos problemas», son actividades que exigen que los niños deban encontrar estrategias específicas a partir de los datos que se presentan en la propuesta y del conjunto de conocimientos que disponen. En la figura 7 se presenta un ejemplo de ello.

2. Si 14 libros cuestan $84, ¿cuánto costarían 9 libros? R.
3. Si 25 trajes cuestan $250, ¿cuánto costarían [illegible] trajes?
4. Si 19 sombreros cuestan $57, ¿cuántos sombreros podría [illegible]
R. 36.
5. Cambio un terreno de 12 caballerías a [illegible] una, [illegible] $15000 la caballería. ¿Cuantas caballerías tiene [illegible]
6. Tenía $2576. Compré víveres por valor de [illegible] y [illegible] a $6 el saco. ¿Cuántos sacos de frijoles compré? R.
7. Se reparten 84 libras de víveres entre 3 familias [illegible] cada una. ¿Cuántas libras recibe cada persona? R.
8. ¿Cuántos días se necesitaran para hacer 360 metros de [illegible] trabajan 8 horas al día y se hacen 3 metros en una hor[illegible]
9. Se compran 42 libros por $126 y se vende cierto número [illegible] ¿Cuántos libros me quedan y cuánto gané en cada uno de [illegible]

FUENTE: ESTUDIO PREAL-IEE (UCU) REGISTRO SVI 5M04

Figura 8

EVALUACION DE MATEMATICAS GRADO

TEMA:

En la primera columna encuentra un paréntesis donde debe colocar la letra que corresponda a la respuesta correcta

1. ( )	$(2/3)^4 =$	a.	35/3
2. ( )	$9/7 + 6/5 =$	b.	16/81
3. ( )	$14/3 - 5/3 =$	c.	1/3
4. ( )	$(3/4)^2 =$	d.	11/5
5. ( )	$\sqrt[3]{27/64} =$	e.	7/4
6. ( )	La fracción de 2 1/5 es?	f.	23/60
7. ( )	$7/2.(8/3)/(5/4) =$	g.	3
8. ( )	$\sqrt{49/16} =$	h.	15/14
9. ( )	Al simplificar 9/27 dá?	i.	3/4

FUENTE: ESTUDIO PREAL-IEE (UCU) REGISTRO COO2MO4

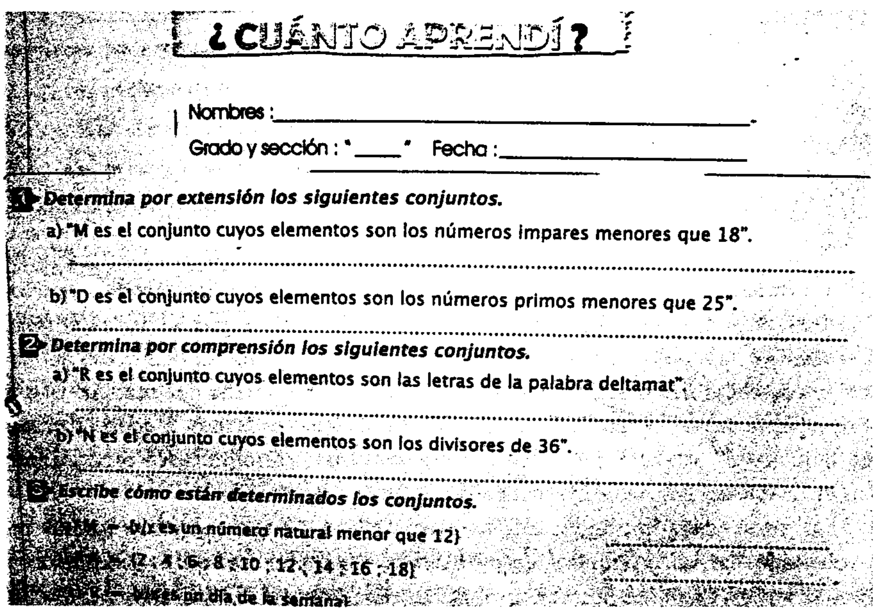
Figura 9

Para resolver la actividad presentada, el niño deberá anticipar, de alguna manera, la representación de la figura que se desplegará por la traslación de la cuerda estirada totalmente. Podrá hacerlo imaginándose la situación o realizando, en forma concreta, la traslación de la cuerda. Luego procederá al trazado de la figura, a partir de la recta que representa la cuerda en la escala solicitada aplicando algún procedimiento conocido para hacerlo.

Aproximadamente los dos tercios de los registros nominados por los maestros como problemas son en realidad lo que usualmente se denominan «ejercicios de aplicación» porque lo que se pide a los niños es que apliquen un conocimiento trabajado en el marco de una situación, generalmente literal, que pretende contextualizarlo. En la Figura 8 se presenta un registro fotográfico con ejemplos de problemas de aplicación.

Las actividades no pueden considerarse problemas verdaderos cuando van dirigidas a niños que ya disponen de rutinas exitosas para resolverlas (en este caso algún procedimiento para hallar el resultado de la relación proporcional planteada). Estas actividades se consideran pseudoproblemas en tanto, en realidad, son ejercicios de aplicación de conocimientos dados. En la fotografía se observa una cantidad de tareas destinadas a la aplicación de una misma rutina.

En general, en todos los países, a excepción de Costa Rica, los maestros del estudio dan un peso similar al tratamiento del área «operaciones» el cual representa aproximadamente otro 25% de las propuestas de evaluación en matemática. Es común que las actividades exijan realizar series de algoritmos de cálculo tal como se muestra en la figura 9.


¿CUÁNTO APRENDÍ?

Nombres: ______________________

Grado y sección: ____ Fecha: ______________

1 Determina por extensión los siguientes conjuntos.

a) "M es el conjunto cuyos elementos son los números impares menores que 18".

b) "D es el conjunto cuyos elementos son los números primos menores que 25".

2 Determina por comprensión los siguientes conjuntos.

a) "R es el conjunto cuyos elementos son las letras de la palabra deltamat".

b) "N es el conjunto cuyos elementos son los divisores de 36".

3 Escribe cómo están determinados los conjuntos.

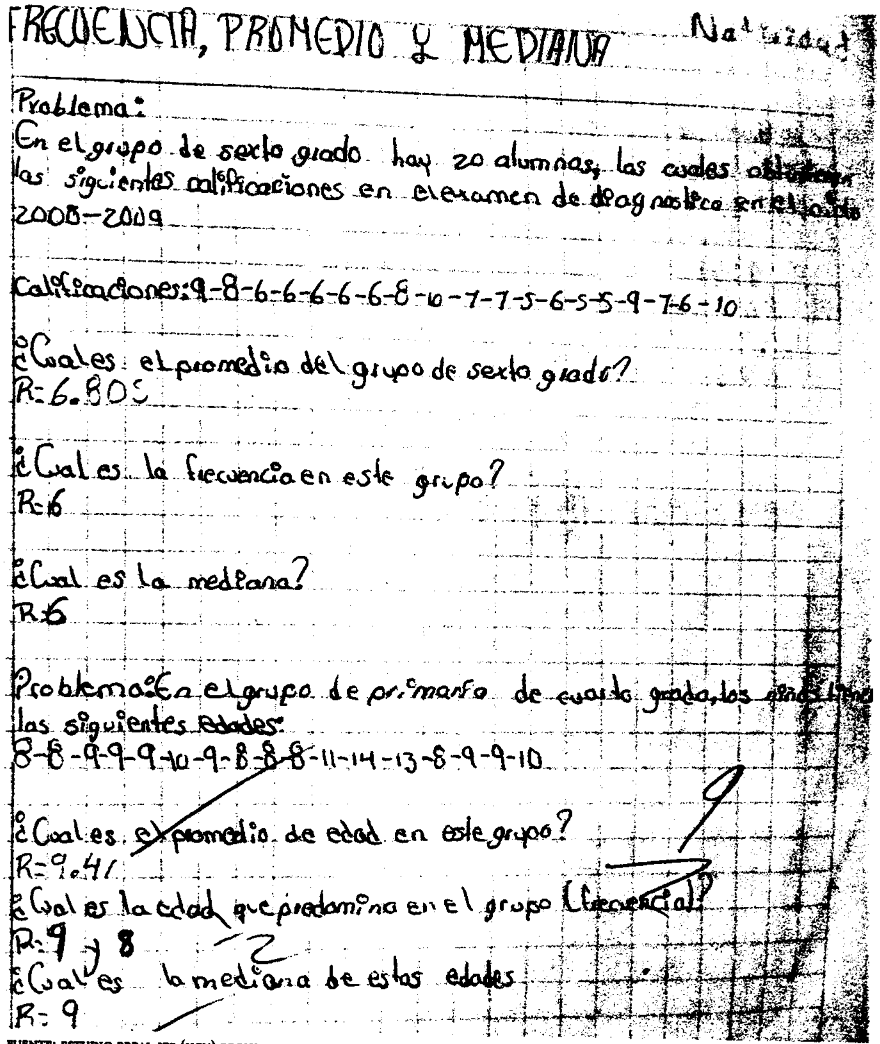
x es un número natural menor que 12}

= {2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12 ; 14 ; 16 ; 18}

es un día de la semana}

FUENTE: ESTUDIO PREAL-IEE (UCU) REGISTRO PE18M09

Figura 10



FRECUENCIA, PROMEDIO Y MEDIANA

Problema:

En el grupo de sexto grado hay 20 alumnas, las cuales obtuvieron las siguientes calificaciones en el examen de diagnóstico en el año 2008-2009

Calificaciones: 9-8-6-6-6-6-6-8-10-7-7-5-6-5-5-9-7-6-10

¿Cuales es el promedio del grupo de sexto grado?
R: 6.805

¿Cual es la frecuencia en este grupo?
R: 6

¿Cual es la mediana?
R: 6

Problema: En el grupo de primario de cuarto grado, los alumnos tienen las siguientes edades:
8-8-9-9-9-10-9-8-8-8-11-14-13-8-9-9-10

¿Cual es el promedio de edad en este grupo?
R: 9.41

¿Cual es la edad que predomina en el grupo (frecuencia)?
R: 9 y 8

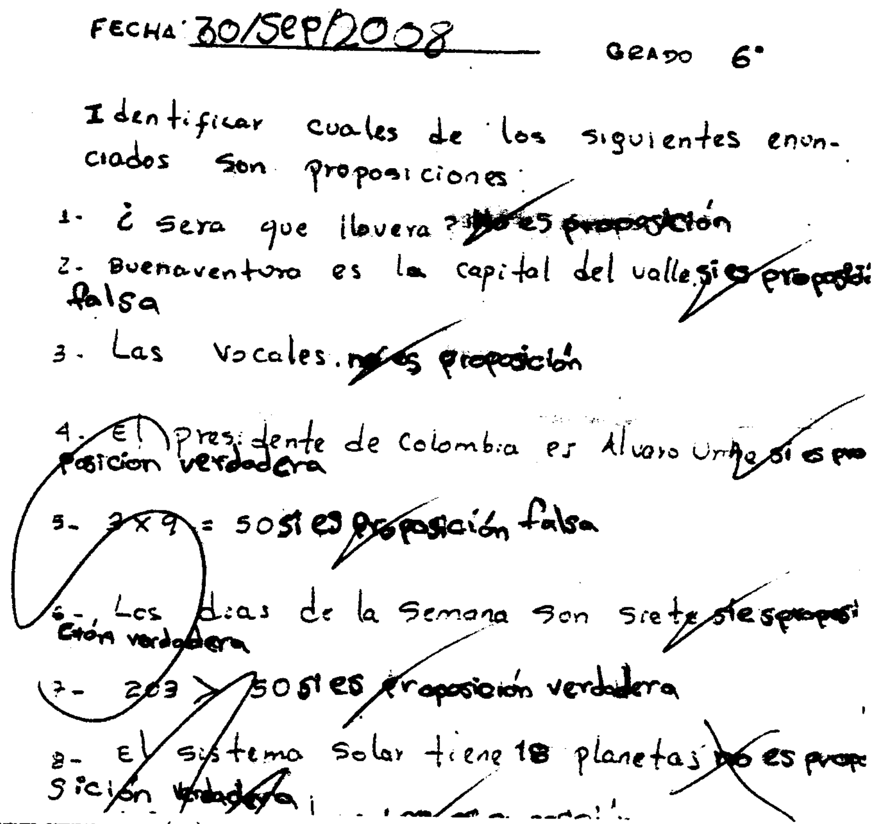
¿Cual es la mediana de estas edades
R: 9

FUENTE: ESTUDIO PREAL-IIE (UCU) REGISTRO MX13M07

Figura 11

Los maestros entrevistados en Costa Rica dicen priorizar las cuatro operaciones básicas. A modo de ejemplo: «La suma, la resta, la multiplicación, la división. En sexto se trabajan las cuatro operaciones básicas con números decimales, se trabajan con cifras de hasta nueve dígitos. Entonces el niño tiene que manejar el uso principalmente de los decimales, y ahí es donde muchos fallan. Y especialmente en la división» (CR-E25). Sin embargo, en los trabajos fotografiados predominan las evaluaciones de geometría y medida.

Las otras áreas que todos los maestros trabajan, pero que están menos representadas en las propuestas de evaluación, son «numeración», «geometría» y «mediciones», en orden decreciente (aproximadamente el 19%, el 10% y el 8% del total de trabajos fotografiados, respectivamente).



FECHA: 30/Sep/2008 GRADO 6°

Identificar cuales de los siguientes enuncIados son proposiciones:

1- ¿Sera que llovera? No es proposición

2- Buenaventura es la capital del valle si es proposi falsa

3. Las vocales. no es proposición

4. El presidente de Colombia es Alvaro Uribe si es proposicion verdadera

5- 3×9 = 50 si es proposición falsa

6-, Los dias de la semana son siete si es proposición verdadera

7- 203 > 50 si es proposición verdadera

8- El sistema solar tiene 18 planetas no es proposición verdadera

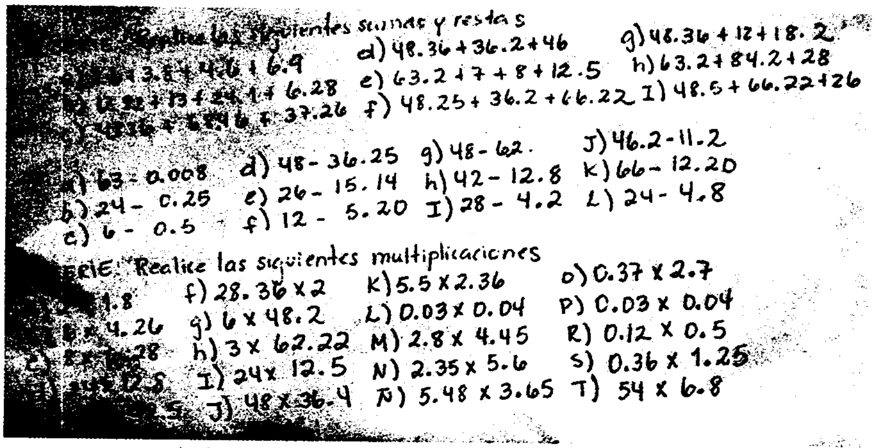
FUENTE: ESTUDIO PREAL-IEE (UCU) REGISTRO C007M11

Figura 12

«Conjuntos» (aproximadamente el 7% del total de los registros fotográficos) es trabajado fundamentalmente por los maestros peruanos y guatemaltecos del estudio y con mucha menor incidencia también por los colombianos, argentinos y mexicanos. No hay ejemplos en las propuestas cedidas por los maestros costarricenses y uruguayos. En la Figura 10 se presenta una actividad de esta área propuesta por uno de los docentes de Perú.

Los maestros salvadoreños y mexicanos son los que proponen mayor cantidad de tareas de «Estadística». En el resto de los países, la estadística tiene una incidencia muy baja, por lo que el área, en su conjunto, apenas está representada aproximadamente por un 5% de las propuestas fotografiadas. En la Figura 11 se presenta uno de los trabajos de estadística que se reitera en varios de los casos analizados: el trabajo con frecuencias y algunas medidas de tendencia central (mediana y media) aplicada al cálculo en situaciones escolares.

Sólo los maestros de Perú, Colombia y Uruguay abordan en sus evaluaciones el área «Lógica», aunque con muy baja incidencia (alrededor del 1%). En la Figura 12 se presenta una de las actividades de lógica propuesta por un docente colombiano donde se aborda el análisis de proposiciones para determinar su veracidad o falsedad.



FUENTE: ESTUDIO PREAL-IEE (UCU) REGISTRO GT10M07

Figura 13

¿CÓMO SE ENSEÑA?

Los registros fotográficos y las manifestaciones de los docentes en las entrevistas realizadas dan cuenta de los enfoques didácticos normativo y aproximativo, aunque el primero es el más frecuente.

Cuando se analizan las actividades que los maestros proponen a sus alumnos se encuentra que se priorizan los ejercicios de aplicación de conocimiento. Este dato señala el énfasis que muchos de los docentes del estudio dan a las ejercitaciones, situación que disminuye la posibilidad de los niños de resignificar sus conocimientos en situaciones diferentes y adaptarlos a nuevos requerimientos, apropiándoselos como herramienta. Este hecho estaría evidenciando que la mayoría de los maestros del estudio priorizan el enfoque de la enseñanza que se centra en el protagonismo del contenido como saber ya construido, por lo que se avanza de lo sencillo a lo complejo.

A continuación realizaremos un análisis de las formas de encarar la enseñanza de algunos contenidos trabajados en todos los países.

«OPERACIONES»

Es amplio el espectro de temas tratados, pero los más reiterados están referidos a las cuatro operaciones aritméticas básicas. Son frecuentes las propuestas que apelan al desarrollo algorítmico de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones, fundamentalmente las tres últimas. También es común que se presente a los niños series de operaciones como las que aparecen en la Figura 13.

Aunque en menor grado también se proponen potencias y raíces, en forma excepcional hay actividades donde se pide desarrollar algorítmicamente logaritmos, tal como aparece en la Figura 14.

TALLER

1 Hallar los siguientes logaritmos:

a. $\log_8 64 =$ d. $\log_5 125 =$

b. $\log_3 27 =$ e. $\log_{10} 10.000 =$

c. $\log_3 9 =$ f. $\log_9 81 =$

2 Expresa como logaritmos las siguientes potencias:

a. $7^2 = 49$ e. $7^6 = 117649$

b. $4^2 = 16$ f. $8^5 = 32768$

c. $8^3 = 512$ g. $2^6 = 64$

d. $6^3 = 216$ h. $9^3 = 729$

3 Expresa como potencias los siguientes logaritmos:

a. $\log_3 81 = 4$

b. $\log_6 216 = 3$

c. $\log_{14} 14 = 1$

d. $\log_{11} 161051 = 5$

e. $\log_4 1024 = 5$

f. $\log_{13} 169 = 2$

g. $\log_8 4096 = 4$

h. $\log_{10} 1000000 = 6$

i. $\log_5 5 = 1$

j. $\log_7 117649 = 6$

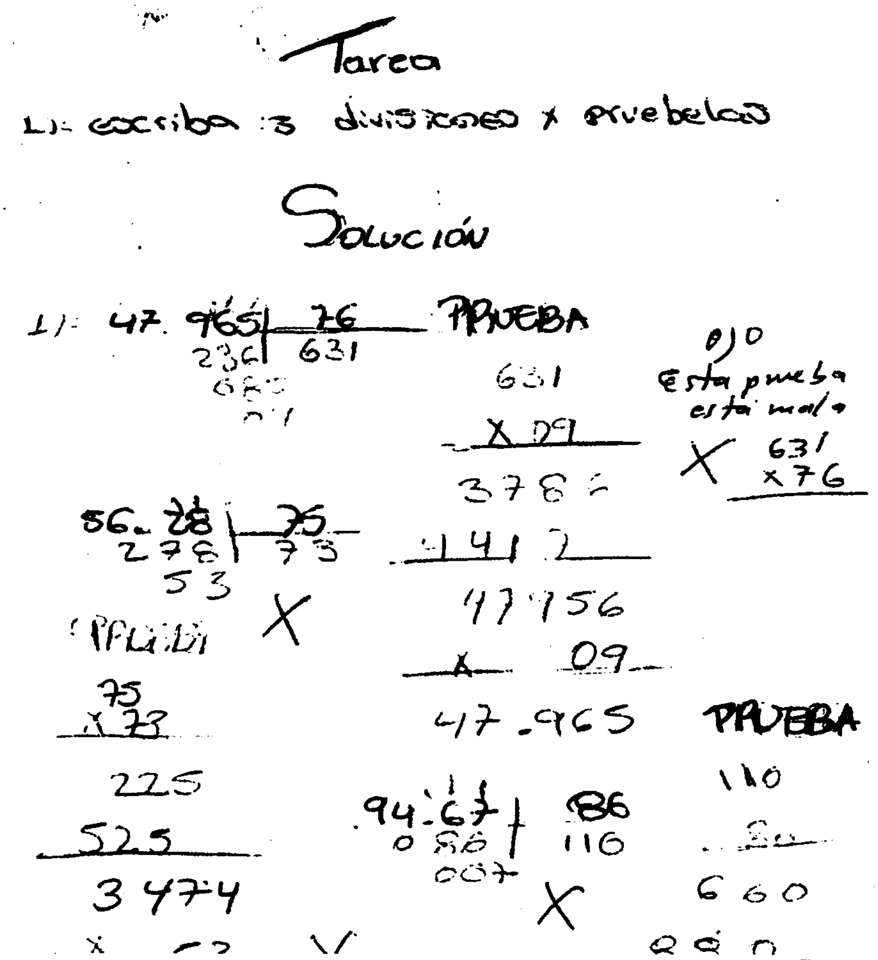
k. $\log_{12} 1728 = 3$

FUENTE: ESTUDIO PREAL-IEE (UCU) REGISTRO CO1OM55

Figura 14

Además, cuando se proponen actividades con enunciados verbales, es común que se involucren situaciones del campo aditivo y del campo multiplicativo. En las siguientes figuras se presentan dos formas de encarar el trabajo con la división. En la figura 15 la actividad solicita la resolución de 3 algoritmos, centrándose en lo procedimental o lo que se suele llamar «técnica operatoria».

Se solicita, además, la prueba de los mismos. Si bien el alumno utiliza para ello la multiplicación, cabría preguntarse si se hace porque se maneja la relación entre los términos: D = dxc+r, o simplemente lo hace en forma mecánica. Al


Tarea

1): escriba 3 divisiones y pruebelas

Solución

1): 47.965 | 76 PRUEBA

ojo

Esta prueba está mala

631

x 09

56.28 | 75

PRUEBA

47.965

PRUEBA

94.67 | 86

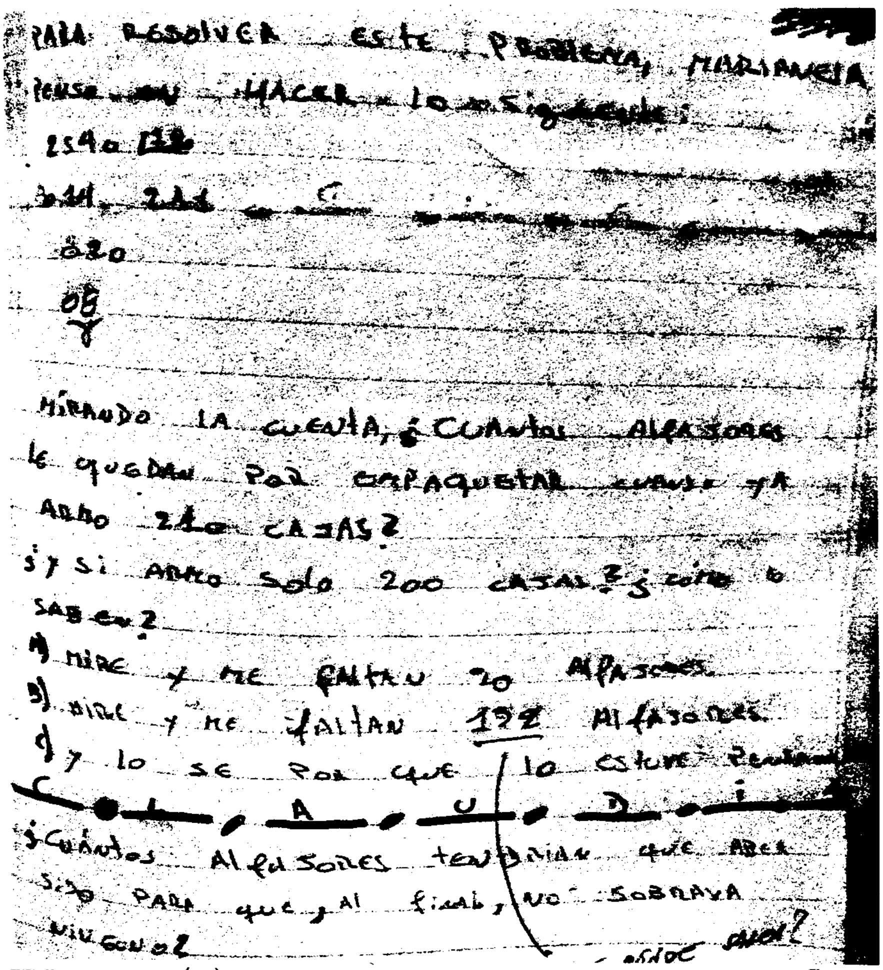
FUENTE: ESTUDIO PREAL-IIEE (UCU) REGISTRO C008M03

Figura 15

analizar la prueba de la división 3628 : 75, se evidencia el desconocimiento de la relación de términos que la justifica (multiplica cociente por resto y vuelve a multiplicar por el resto).

En la figura 16 se presenta otra actividad para evaluar la división, pero en este caso se problematiza el algoritmo de cálculo para indagar en la comprensión del alumno. Para responder la tarea es necesario poner en juego, además, aspectos relativos al sistema de numeración y, fundamentalmente, los relacionados con el valor posicional. En este caso se presenta el algoritmo de cálculo resuelto y se pregunta por el significado de lo realizado.

En la primera pregunta se indaga por el resto de la división cuando se lleva armada una caja menos de alfajores de las que aparecen indicadas en el cociente. Se busca que el alumno reconozca las decenas sobrantes más las unidades que


Para resolver este problema, María Amelia
pensó en hacer lo siguiente:
Mirando la cuenta, ¿cuántos alfajores
le quedan por empaquetar cuando ya
armó 128 cajas?
¿Y si armó solo 200 cajas? ¿Cómo lo
sabes?
1) miré y me faltan 20 alfajores
3) miré y me faltan 192 alfajores
4) y lo sé porque lo estuve
¿Cuántos alfajores tendría que agregar
si, para que al final no sobrara
ninguno?

FUENTE: ESTUDIO PREAL-IEE (UCU) REGISTRO UY15M11

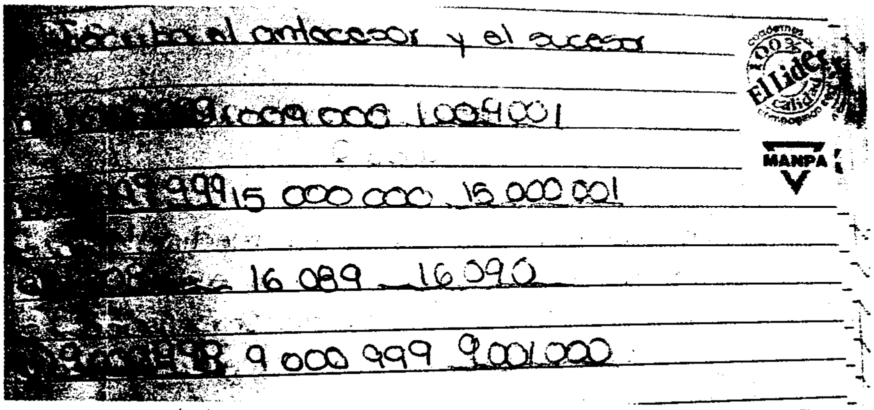
Figura 16

aún quedan para repartir: 20. Esta cantidad está indicada solamente por las 2 decenas del resto lo que implica tener en cuenta el valor posicional de las cifras. También para responder a la segunda pregunta es necesario considerar el resto parcial y el valor posicional de las cifras para darse cuenta de que son 14 decenas y que ello equivale a 140 unidades. Para responder a la tercera pregunta el alumno debe optar por una de dos posibles respuestas, ya que el dividendo podría tener 4 alfajores más u 8 menos. También es necesario que tenga en cuenta que la primera modifica el cociente ya que con esos alfajores extra se podría haber armado una nueva caja.[8]

8 Confirmar en Pazos.

«NUMERACIÓN»

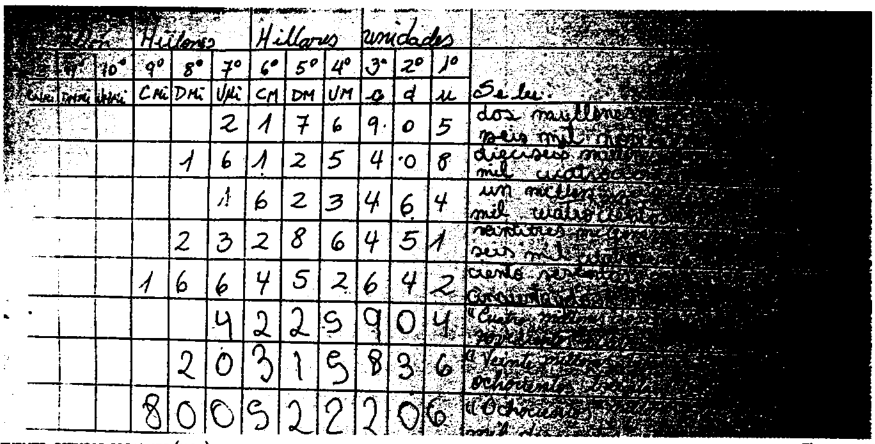
Es muy frecuente el tratamiento de la numeración entera en tareas de seriación que no facilitan indagar sobre la utilización del conocimiento ni sobre el sentido de una herramienta matemática, tal como la que se presenta en la Figura 17.



FUENTE: ESTUDIO PREAL-IEE (UCU) REGISTRO CR14M01

Figura 17

También son frecuentes las tareas que buscan evaluar los conocimientos sobre el valor relativo de las cifras. En la figura 18 se presenta una actividad propuesta por un maestro peruano que apela a la escritura de números enteros



9° CM	8° DM	7° UM	6° CM	5° DM	4° UM	3° c	2° d	1° u
		2	1	7	6	9	0	5
	1	6	1	2	5	4	0	8
		1	6	2	3	4	6	4
	2	3	2	8	6	4	5	1
1	6	6	4	5	2	6	4	2
		4	2	2	5	9	0	4
	2	0	3	1	5	8	3	6
8	0	0	5	2	2	2	0	6

FUENTE: ESTUDIO PREAL-IEE (UCU) REGISTRO PE15M07

Figura 18

La actividad presentada no evalúa lo que aparentemente pretende, porque el valor posicional no está en juego. La escritura literal de los números puede realizarse basándose en el apoyo que dan las grillas, en forma independiente al reconocimiento de su valor posicional. En realidad se está solicitando la lectura de números. Esta actividad es expresión del modelo que entiende que la conceptualización del conocimiento se logra por la ejercitación reiterada, en este caso, de la escritura con el apoyo de la representación de los lugares que ocupa cada cifra.

En la Figura 19, por el contrario, se presenta una actividad en cuya solución claramente se ponen en juego los conocimientos sobre valor posicional.

Número	décimo más próximo	centésimo más próximo	[illegible]
0,1762	0,2	0,18	0,176
2,5325	2,5	2,53	2,533
9,90370	9,9	9,90	9,904
0,05992	0,1	0,06	[illegible]

FUENTE: ESTUDIO PREAL-IEE (UCU) REGISTRO CR01M07

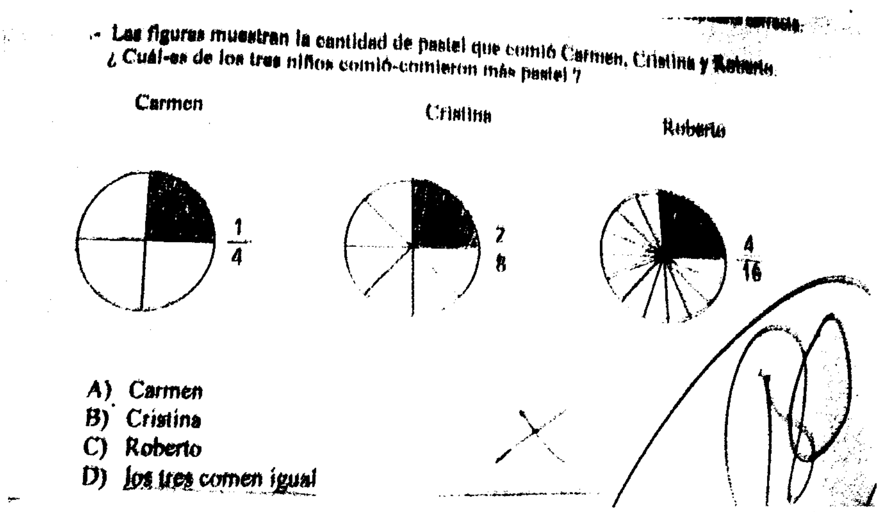
Figura 19

Se pide efectuar el redondeo de expresiones decimales para lo cual es necesario buscar el décimo, el centésimo o el milésimo más próximo, considerando simultáneamente el número globalmente. Por ejemplo, en el penúltimo caso «0,05992» para la primera columna, de acuerdo con las convenciones para hacer el redondeo, es necesario considerar un décimo más. Se puede inferir que el enfoque de la enseñanza que sustenta esta tarea entiende el conocimiento como provisorio y se construye por abordajes sucesivos en distintos contextos situacionales.

Otro de los temas frecuentados en numeración son las fracciones. En las figuras 20 y 21 se presentan dos actividades que dan cuenta de distintos enfoques de su enseñanza.

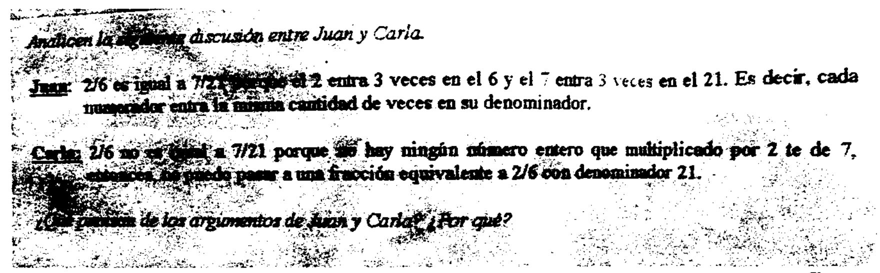
La figura 20 muestra una actividad comúnmente usada por los docentes del estudio para evaluar el desempeño en comparación de fracciones: la comparación está fuertemente apoyada en el reconocimiento de la igualdad de tres sectores circulares. En realidad, no hay necesidad de realizar la comparación numérica porque la equivalencia se resuelve perceptivamente. El tema en este caso se presenta en una situación típicamente escolar que se suele trabajar desde los primeros grados con el propósito de que el niño aplique «conceptos ya trabajados». En contraposición, en la actividad registrada en la Figura 21, el tema a evaluar se presenta a partir de una tarea de contexto intramatemático, sin apoyo gráfico.

Se requiere la comparación de los números para reconocer que los argumentos de Carla se basan en la aplicación de la propiedad de las fracciones que permite compararlas. Esto daría evidencias del abordaje del tema en la compleja red



FUENTE: ESTUDIO PREAL-IEE (UCU) REGISTRO SV19M04

Figura 20



Analicen la siguiente discusión entre Juan y Carla.

Juan: 2/6 es igual a 7/21 porque el 2 entra 3 veces en el 6 y el 7 entra 3 veces en el 21. Es decir, cada numerador entra la misma cantidad de veces en su denominador.

Carla: 2/6 no es igual a 7/21 porque no hay ningún número entero que multiplicado por 2 te de 7, entonces, no puedo pasar a una fracción equivalente a 2/6 con denominador 21.

¿Qué piensan de los argumentos de Juan y Carla? ¿Por qué?

FUENTE: ESTUDIO PREAL-IEE (UCU) REGISTRO UY15M19

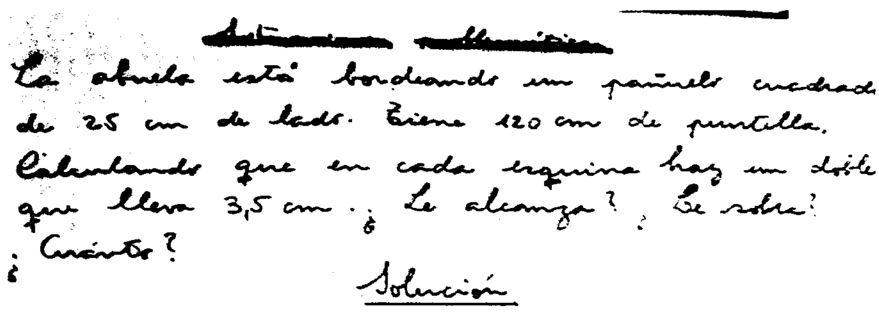
Figura 21

conceptual que le da significado. El pedido de la argumentación para justificar el proceso realizado permite conocer cuáles son las conceptualizaciones del alumno pues debe apelar a ellas para justificar su posición.

«GEOMETRÍA» Y «MEDICIONES» MEDIATIZADAS POR EL CÁLCULO

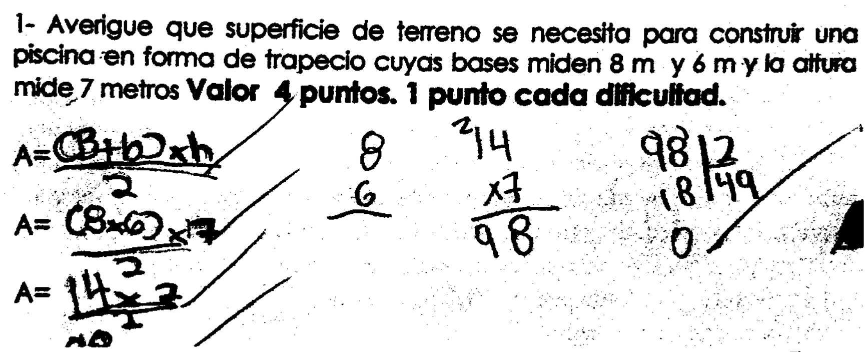
Muchos de los planteos en geometría y mediciones refieren a cálculo de perímetro, áreas, volúmenes, longitud de la circunferencia y área del círculo. En general se centran en el cálculo a partir de fórmulas. Si bien lo que se busca como resultado de los mismos es la medida de una longitud, superficie o volumen, en realidad no hay medición (estimaciones o medición directa) sino sólo aplicación de fórmulas. Son situaciones de cálculo, no de medida ni de geometría. Estamos frente a una aritmetización que no da cuenta de los saberes de los alumnos en relación a mediciones, y mucho menos en relación a la geometría, puesto que las propiedades y características de los objetos geométricos no están en juego. Veamos algunos ejemplos en las figuras 22, 23 y 24.

 Páginas de Educación, vol. 3, 2010. Montevideo (Uruguay), 29-60. ISSN 1688-5287



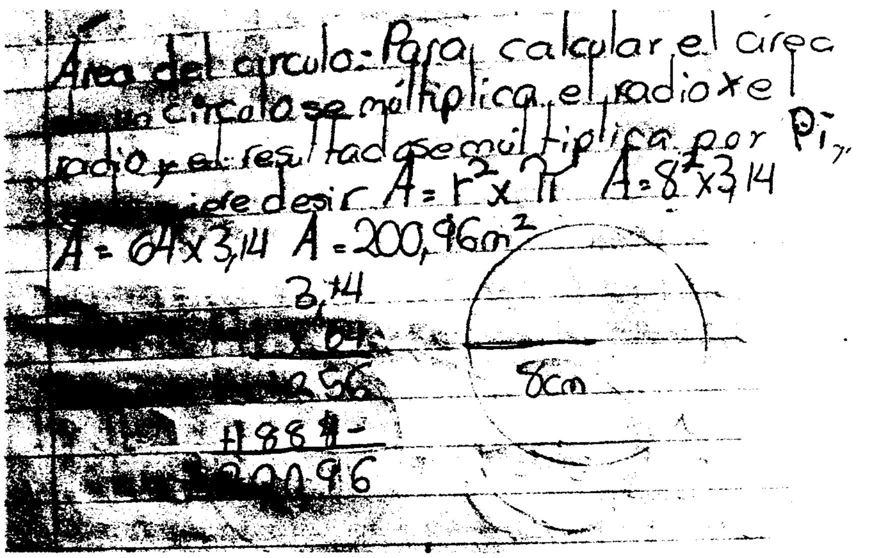
FUENTE: ESTUDIO PREAL-IEE (UCU) REGISTRO AR09M14

Figura 22



FUENTE: ESTUDIO PREAL-IEE (UCU) REGISTRO CR03M10

Figura 23



FUENTE: ESTUDIO PREAL-IEE (UCU) REGISTRO CR14M03

Figura 24

En general se trata de situaciones en las que el alumno debe establecer la correspondencia entre la fórmula de cálculo y la figura.

Se observa un fuerte peso del tema circunferencia, sobre todo en la identificación y trazado de sus elementos, muchas veces antecedido por la caracterización de las mismas dada por el docente.

En relación al trabajo que se presenta con figuras geométricas, se suele priorizar la identificación del nombre y su reconocimiento perceptivo sin tener en cuenta la caracterización de las mismas. No es común que se presenten problemas que pongan en juego las propiedades de las figuras. El enfoque dado a la enseñanza de la geometría está fuertemente apoyado en definiciones principalmente presentadas por el docente y no construidas por los niños. Son planteos que requieren establecer correspondencia entre figura y nombre o entre definición y figura, pintar determinadas figuras, trazar algunos triángulos a partir de su nombre en función de la clasificación de los mismos según sus lados o ángulos. Varios ejercicios plantean la relación entre número de lados y nombre del polígono, tal como se muestra en la Figura 25.

Esta actividad solicita que se asocie cada figura con su nombre, lo que requiere sólo de la percepción y se agrega el número de lados, lo que se resuelve por conteo.

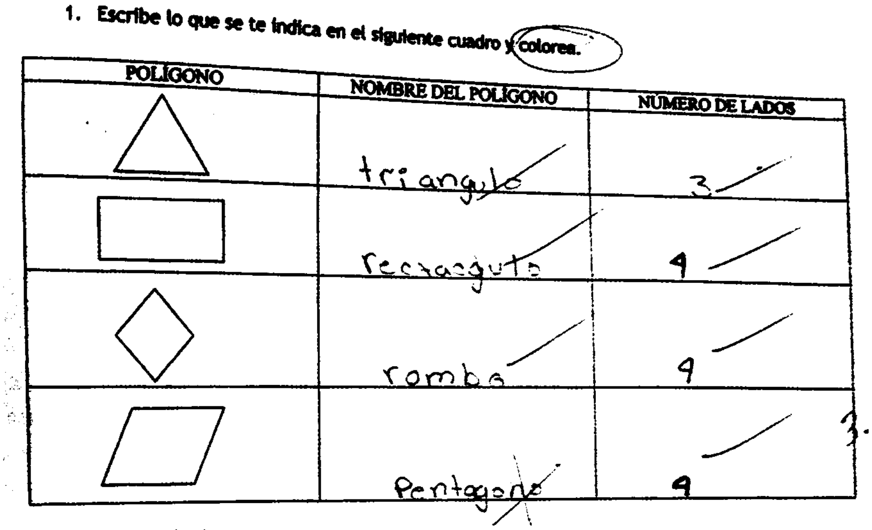
También hay evidencias de que algunos docentes del estudio proponen a sus alumnos lo que denominamos «verdaderos problemas geométricos», que ponen en juego las propiedades que caracterizan a las figuras y promueven procesos de carácter metacognitivo, ya que involucran la autorreflexión sobre la propia actividad a través del pedido de justificar las respuestas.

Para resolver la tarea propuesta en la figura 26 es necesario que el alumno explore los casos posibles, para concluir que el paralelogramo obtenido depende del ángulo y congruencia de las diagonales, por lo cual son infinitos. Podrá analizarse que hay casos particulares y, por lo tanto, saber cuáles son las condiciones para que el rectángulo sea cuadrado, el paralelogramo rectángulo o el rombo cuadrado. En la 27, se debe considerar la igualdad de los radios en una circunferencia y la diferencia entre la medida de un radio y la medida de una cuerda.

REFLEXIONES FINALES

Nuestro punto de partida fue el reconocimiento del bajo rendimiento en matemática de los estudiantes latinoamericanos en las evaluaciones estandarizadas PISA 2003 y SERCE 2006. En ambos casos, la mayoría de los alumnos dan cuenta de haber desarrollado competencias que involucran procesos de pensamiento de baja complejidad cognitiva.

Este hecho nos llevó a profundizar en las prácticas de enseñanza en sexto año de Primaria en la región en una disciplina que, si bien se considera imprescindible, resulta difícil a los niños. A partir del análisis de las propuestas de evaluación en matemática disponibles en el registro de datos del estudio de PREAL en 2008,



1. Escribe lo que se te indica en el siguiente cuadro y colorea.

POLÍGONO	NOMBRE DEL POLÍGONO	NÚMERO DE LADOS
	triangulo	3
	rectangulo	4
	rombo	4
	Pentagono	4

FUENTE: ESTUDIO PREAL-IEE (UCU) REGISTRO GT01M07

Figura 25

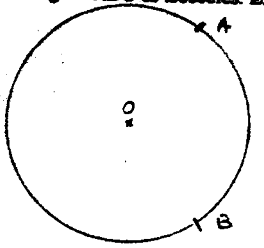
4. Si se tiene como dato la medida de dos lados de un paralelogramo ¿Cuántos pueden construirse con esta información? ¿Por qué?

Infinitos. Porque no se la medida de los angulos.

FUENTE: ESTUDIO PREAL-IEE (UCU) REGISTRO AR05M09

Figura 26

9. Los puntos A y B están en la circunferencia de centro O. Sin medir, decidí si se puede estar seguro que el triángulo ABO es isósceles. EXPLICA POR QUÉ



FUENTE: ESTUDIO PREAL-IEE (UCU) REGISTRO AR13M04

Figura 27

se investigó sobre las estrategias que los docentes desarrollan para promover que sus alumnos avancen hacia el logro de los conocimientos formales propios de la matemática, a partir de sus nociones intuitivas y su forma personal de procesarlas.

Se debe tener presente que, si bien en dicho estudio se trabajó con una muestra no representativa, se seleccionaron escuelas que obtuvieron en el SERCE resultados en matemática por encima del promedio de la región y, además, fueron los propios participantes quienes seleccionaron las propuestas analizadas. Por estas razones, se supone que haya un sesgo hacia los mejores trabajos de evaluación en el aula.

Hechas estas precisiones, cabe señalar la existencia de una brecha importante entre las necesidades de la educación matemática en el mundo actual y lo que se enseña en aulas de Primaria en la región.

Se estima que la matemática en la escuela debería apelar a propuestas con sentido y cargadas de significado para que los niños actúen reflexivamente de manera de avanzar hacia el desarrollo de procesos de pensamiento deductivos, característicos de la disciplina, que los ayuden a interpretar matemáticamente la realidad, solucionar situaciones que se les presentan en su vida cotidiana y avanzar en sus aprendizajes como estudiantes. Sin embargo, las evidencias obtenidas muestran que, en general, las tareas de matemática propuestas por los docentes del estudio están lejos de poseer las características necesarias para que ello acontezca.

Son muy escasas las propuestas que dan oportunidad a los niños de confrontar sus conocimientos intuitivos con modelos formales típicos de la matemática. Predominan las actividades cuyo propósito es el domino de determinados saberes procedimentales que se aplican, ya sea en forma directa o para resolver situaciones que no presentan verdaderos desafíos cognitivos.

Existe un predominio absoluto de la propuesta de ejercicios frente a la de verdaderos problemas, siendo justamente estos últimos los que promueven la construcción del sentido de los conocimientos puestos en juego. La mayoría de los problemas escolares propuestos son situaciones estructuradas que exigen de los estudiantes poca reflexión, que incluyen todos los datos necesarios (y únicamente los necesarios), que se resuelven a través de un único conocimiento o procedimiento y que tienen una única solución. Son excepcionales los planteamientos de situaciones auténticas que, para resolverlas, pongan a los alumnos en la necesidad de usar simultáneamente una combinación de conocimientos, procedimientos y/o técnicas pertenecientes a distintas disciplinas, como ocurre la mayoría de las veces en la vida cotidiana.

Los trabajos fotografiados, en general, no se enmarcan en contextos reales, ya sea desde el punto de vista social o desde el punto de vista intramatemático. Lo más frecuente es que las tareas propuestas se presenten descontextualizadas o en contextos que solamente tienen cabida en el marco de la institución escolar.

De acuerdo con los documentos analizados, se puede afirmar que son pocas las oportunidades en que los niños deben poner en juego procesos de pensamiento complejos para resolver las tareas que se les proponen en matemática.

En relación a los contenidos trabajados, existe un desequilibrio en el tratamiento de la aritmética y la geometría, con gran injerencia de la primera en el tratamiento en las aulas. Ello preocupa sobremanera porque, además, gran parte de las propuestas de trabajo en geometría se enfoca desde la aritmética, a través del cálculo de perímetros, áreas y volúmenes. Son excepcionales los casos en que se involucran las propiedades de las figuras.

En muchas de las situaciones analizadas habría que reflexionar sobre la forma de encarar algunos de los temas tratados. Es común que los niños pasen buena parte del horario escolar escribiendo en forma literal largos listados de números que, si bien puede ser una tarea necesaria, bastaría con proponerla en forma simplificada, con números de menor cantidad de cifras y en tareas menos rutinarias y reiterativas. También se observan propuestas que se plantean de tal forma que no coincide con los procesos de pensamiento que se pretende que los niños pongan en juego al resolverlas. Tal es el caso del trabajo en fracciones con apoyo de representaciones gráficas que se resuelven perceptivamente, o el trabajo de escritura o lectura de números colocados en grillas que definen totalmente la forma de hacerlo.

Cuando se trabaja en «estadística» es bastante frecuente que su tratamiento no promueva la reflexión de los alumnos sobre la importancia que tiene la misma para la toma de decisiones en situaciones de la vida cotidiana. Este enfoque le quita sentido, en tanto herramienta fundamental para la obtención, organización y análisis de datos.

También existen temas abordados por los maestros de este estudio que deberían ser repensados por su vigencia y significatividad para los estudiantes. En la mayor parte de los casos en que se trabaja el contenido «conjuntos», el tratamiento que se hace se focaliza en la representación de los mismos por comprensión y por extensión, así como en la realización de operaciones entre ellos. Estos trabajos se plantean como un fin en sí mismos a través de tareas descontextualizadas y sin puntos de contacto con situaciones reales.

Todo lo expuesto caracteriza las situaciones más frecuentes entre los casos estudiados. No obstante, corresponde indicar que también se encontraron trabajos que marcan excepciones, de cuya existencia se fueron dando evidencias a lo largo del artículo.

Sería deseable que todos los docentes latinoamericanos proyectaran su labor matemática en las aulas teniendo como horizonte los conocimientos y competencias que sus estudiantes deberán desarrollar para el mundo que les toca vivir, priorizando el análisis crítico de las tareas que proponen, jerarquizando el tipo de procesos que requiere su resolución y la autenticidad de las situaciones propuestas. Ello significa que los maestros deberían definir, desde el comienzo de su acción, qué tipo de educación matemática necesitan los estudiantes antes de priorizar los contenidos a tratar y las formas más adecuadas para hacerlo. En este proceso de diseño de la planificación docente es necesario tener en cuenta que si se busca que los alumnos comprendan cada vez más y mejor los conocimientos matemáticos puestos en juego, deben proponerse actividades orientadas específicamente al logro de esos propósitos.

Consideramos que este cambio en la enseñanza sólo será posible si se focaliza la formación matemática de los maestros desde la perspectiva que se desea promover. Es fundamental que los propios docentes cuestionen la realidad en forma matemática y potencien su capacidad para formular y resolver problemas que resignifiquen los contenidos propios de la disciplina en el marco de situaciones auténticas. Es necesario un tratamiento comprensivo de la disciplina si se quiere apoyar a los niños en el proceso de vincular eficientemente sus nociones intuitivas con los correlatos formales imprescindibles para la construcción del conocimiento matemático.

BIBLIOGRAFÍA

Ausubel, David. *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo.* México: Trillas 2ª. ed., 1983.

Douady, Régine. «Relación enseñanza-aprendizaje. Dialéctica instrumento-objeto. Juego de marcos» en *Cuadernos de Didáctica de las Matemáticas* n.3, París: IREM de París 7, 1984.

Loureiro, Graciela. «*Evaluación en el aula, currículo y evaluaciones externas*». PREAL. 2009. Disponible en www.ucu.edu.uy/Portals/0/Publico/Facultades/Ciencias%20Humanas/IEE/evaluacion_en_aula_y_curriculo.pdf

Markarian, Roberto. «¿Para qué enseñar matemática en la escuela primaria?» en *Correo del Maestro* n.73, junio 2002. Disponible en: www.correodelmaestro.com/anteriores/2002/junio/incert73.htm. Accedido el 8 de marzo, 2010

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico. *Aprender para el mundo de mañana: resumen de resultados PISA 2003.* Madrid: Instituto Nacional de Educación y Calidad del Sistema Educativo (INECSE), 2004.

Parra, Cecilia e Irma Saiz (comps.). *Didáctica de la Matemática: aportes y reflexiones.* Buenos Aires: Paidós, 1994.

Pazos, Liliana. «Colección de propuestas de evaluación: matemática» en *La evaluación de aprendizajes en las aulas de Primaria de América Latina.* Programa de la Reforma Educativa en América Latina y el Caribe (PREAL), 2009. Disponible en www.grade.org.pe/gteepreal/evaluacion/matematica.htm

Picaroni, Beatriz. «La evaluación en las aulas de Primaria: usos formativos, calificaciones y comunicación con los padres» en *Programa en Reforma Educativa en América Latina y el Caribe (PREAL)*, 2009. Disponible en: www.ucu.edu.uy/Portals/0/Publico/Facultades/Ciencias%20Humanas/IEE/evaluacion_en_aula_usos_formativos_y_calificaciones.pdf

Polya, George. *Cómo plantear y resolver problemas.* México: Editorial Trillas, 1965.

Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo (SERCE). *Los aprendizajes de los estudiantes de América Latina y el Caribe.* UNESCO/OREALC, 2008.

Valdés, Héctor et al. *Los aprendizajes de los estudiantes de América Latina y el Caribe.* Santiago de Chile: UNESCO/OREALC, 2008.

Wiggins, Grant. *Educative Assessment. Designing Assessments to Inform and Improve Student Performance.* San Francisco: Jossey-Bass Publisher, 1998.

Recibido el 4 de junio de 2010.
Aceptado el 27 de setiembre de 2010.