

INSTRUCCIONES

- 1) Has recibido un ejemplar de la prueba, que consiste en un librito de quince páginas, una carátula, las instrucciones y las demás páginas numeradas del 1 al 13.
- 2) La única identificación será el número de cédula en la carátula y en la página 5, debes escribir el número en forma muy clara, ya que de ello depende la identificación.
- 3) La prueba consta de dos partes, la primera parte es una prueba de múltiple opción y la segunda una de elaboración.
- 4) Dispones de un tiempo total de noventa minutos.
- 5) Cuando hayas completado la prueba, entregarás este librito entero.
- 6) Los únicos materiales que puedes tener contigo durante la realización de la prueba son: un marcador de fibra negro, lápices o biromes, goma de borrar, corrector líquido. Se te proporcionarán hojas en blanco para los cálculos que creas conveniente hacer, pero lo único que entregarás será este ejemplar.
- 7) No se contestarán preguntas de ningún tipo durante la prueba.
- 8) Si consideras que hay algún error en alguna parte, podrás plantearlo por escrito con posterioridad a la prueba, de acuerdo con el procedimiento que se te indique al respecto. Tu planteo será contestado con la mayor celeridad posible.
- 9) A partir de la página 1 encontrarás el cuestionario de múltiple opción que consiste en dieciséis preguntas.
 - a) Cada pregunta tiene cuatro opciones, de las cuales sólo una es correcta.
 - b) Deberás marcar en cada pregunta la opción que consideres correcta, encerrando con una línea la letra que corresponda.
 - c) Puedes dejar preguntas sin responder, pero si hay más de una marca en alguna pregunta, ésta se considerará no respondida.
- 10) A partir de la página 6 encontrarás la parte de elaboración, que consiste en cuatro tareas.
 - a) Cada tarea viene seguida de espacios en blanco, donde deberás escribir la solución que des al ejercicio.
 - b) Se tendrá en cuenta al evaluar tu solución la claridad de tu exposición, los argumentos que utilices y las justificaciones que des a los procedimientos que lleses a cabo.

Parte 1: Cuestionario de múltiple opción

- 1) Suponga que a partir de los dígitos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, los símbolos para las operaciones algebraicas +, -, x, ÷ y paréntesis (,), se forman expresiones aritméticas de acuerdo con las siguientes reglas:
- los dígitos son expresiones aritméticas.
 - si α y β son expresiones aritméticas, entonces $(\alpha)+(\beta)$, $(\alpha)-(\beta)$, $(\alpha)x(\beta)$, $(\alpha)\div(\beta)$ son también expresiones aritméticas.
 - las únicas expresiones aritméticas son las dadas en i) y ii).

Indique cuál de las siguientes sucesiones de símbolos no es una expresión aritmética:

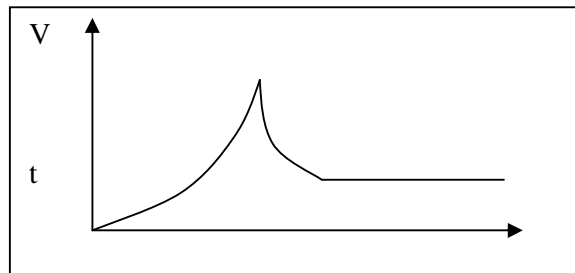
- A) $((1)+(2))x(3)$
B) $(1+2)x(3)$
C) $((1)+(2))\div((4)-(3))$
D) $((2)\div(4))-((4)x(2))$
- 2) Seis deportistas salen a cenar y ocupan una mesa circular. Los dos futbolistas se sientan en sillas contiguas. El único basquetbolista no tiene al lado a ninguno de los futbolistas, en tanto el único ciclista tiene a un lado a un futbolista y al otro al basquetbolista. Los dos restantes deportistas son maratonistas. Entonces, puede afirmarse que:
- A) los maratonistas se sentaron uno al lado del otro.
B) no hay maratonistas al lado de futbolistas.
C) el basquetbolista resulta tener a cada lado a uno de los maratonistas.
D) no hay maratonistas al lado del basquetbolista.
- 3) Suponga que dados dos números, a usted se le pide que calcule el número que resulta al sumarle al producto de los dos números la diferencia entre el primero y el segundo. Una expresión algebraica para esta operación es:
- A) $(x - y) \cdot x \cdot y$
B) $x - y + x \cdot y$
C) $x \cdot y - x + y$
D) $x + y - x \cdot y$
- 4) Los planteles deportivos de la UCU agrupan a 70 estudiantes. El de fútbol tiene tres veces más integrantes que el hándbol, y éste tiene igual cantidad de integrantes que el de básquetbol. Entonces:
- A) 42 estudiantes integran el plantel de fútbol.
B) 10 estudiantes tienen cada uno de los planteles de hándbol y básquetbol y 50 tiene el de fútbol.
C) 14 estudiantes tienen cada uno de los planteles de hándbol y básquetbol.
D) si se sabe que 42 estudiantes integran el plantel de fútbol, entonces ningún estudiante integra más de un plantel.
- 5) Se define una operación * en el conjunto de los números reales poniendo que $x*y=x+y+xy$. Entonces, es falso que:
- A) $x*0=x$ y $0*y=y$ cualesquiera sean x e y.
B) $x*y=y*x$ cualesquiera sean x e y.
C) $x*x=0$ si y sólo si $x=0$.
D) $x*(-1)\neq 0$ cualquiera sea x.

6) Una expresión equivalente a $\log(\log(x^n))$ es:

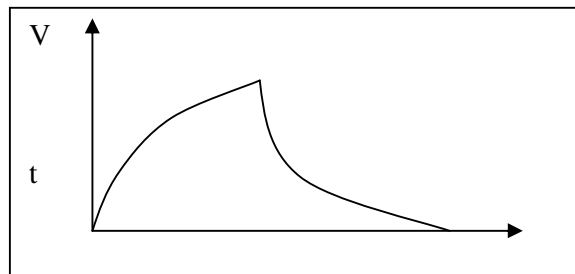
- A) $n \cdot \log(\log(x))$
- B) $\log(n \log(x))$
- C) $\log(\log(x) + \log(n))$
- D) $\log(x) + \log(n)$

7) Cuando un paracaidista se lanza de un avión, hasta que su paracaídas se abre, su velocidad v aumenta con el tiempo t pero lo hace cada vez más lentamente. Cuando su paracaídas se abre, su velocidad disminuye muy rápidamente hasta un valor que permanece constante hasta que llega al suelo. Una gráfica que describe este proceso es:

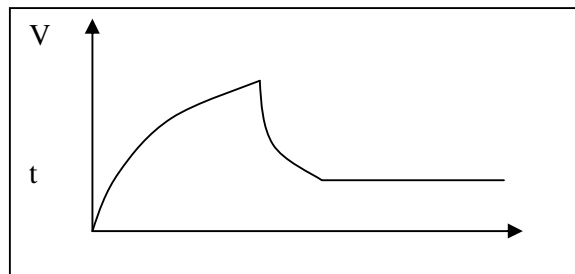
A)



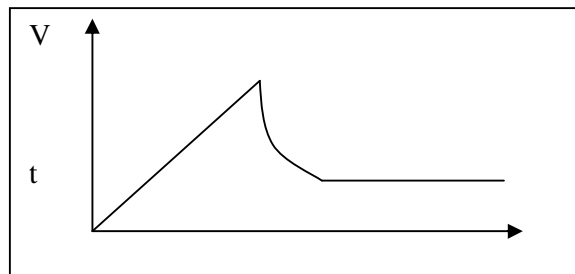
B)



C)



D)



8) Una sucesión se define a partir de un número x_1 por medio de la siguiente regla: $x_{n+1}=2x_n-1$, donde la notación x_h representa el número que aparece en el lugar h de la sucesión. Una sucesión cuyos primeros términos responden a esta regla es:

- A) 0, -1, 1, -1
- B) 1, 1, 1, 1
- C) $\frac{1}{2}$, 0, -1, 1
- D) -1, 1, -1, 1

9) Suponga que le piden que siga las siguientes instrucciones:

- i. Piense en un número.
- ii. Multiplíquelo por 2.
- iii. Al resultado réstele 8.
- iv. Al número obtenido divídalo entre 4.
- v. A lo que obtenga súmele 2.

Entonces, el número que usted pensó:

- A) es el resultado obtenido en v.
- B) es la mitad del resultado obtenido en v.
- C) es el doble del resultado obtenido en v.
- D) no se puede calcular sólo con el resultado de v.

10) Considere las siguientes sumas

- i. $1 \frac{2^3}{3^1} + 2 \frac{2^6}{3^3}$
- ii. $1 \frac{2^3}{3^1} + 2 \frac{2^6}{3^3} + 3 \frac{2^9}{3^5}$

Una generalización de estas sumas, expresada además con el símbolo sumatoria, es:

- A) $1 \frac{2^3}{3^1} + 2 \frac{2^6}{3^3} + \dots + n \frac{2^{3n}}{3^{2n-1}} = \sum_{i=1}^{i=n} i \frac{2^{3i}}{3^{2i-1}}$
- B) $1 \frac{2^3}{3^1} + 2 \frac{2^6}{3^3} + \dots + n \frac{2^{3n}}{3^{2n-1}} = \sum_{i=1}^{i=n} i \frac{2^{3i}}{3^{3i-1}}$
- C) $1 \frac{2^3}{3^1} + 2 \frac{2^6}{3^3} + \dots + n \frac{2^{3n}}{3^{2n-1}} = \sum_{i=1}^{i=n} i \frac{2^{3i}}{3^{2i+1}}$
- D) $1 \frac{2^3}{3^1} + 2 \frac{2^6}{3^3} + \dots + n \frac{2^{3n}}{3^{2n-1}} = \sum_{i=1}^{i=n} (i+1) \frac{2^{3i}}{3^{2i-1}}$

11) Si $\frac{1}{pq} < 1$, entonces debe ocurrir que:

- A) $pq > 1$
- B) si $q > 0$, $pq < 1$
- C) si $p > 0$, $pq > 1$
- D) si $p < 0$, $p < \frac{1}{q}$

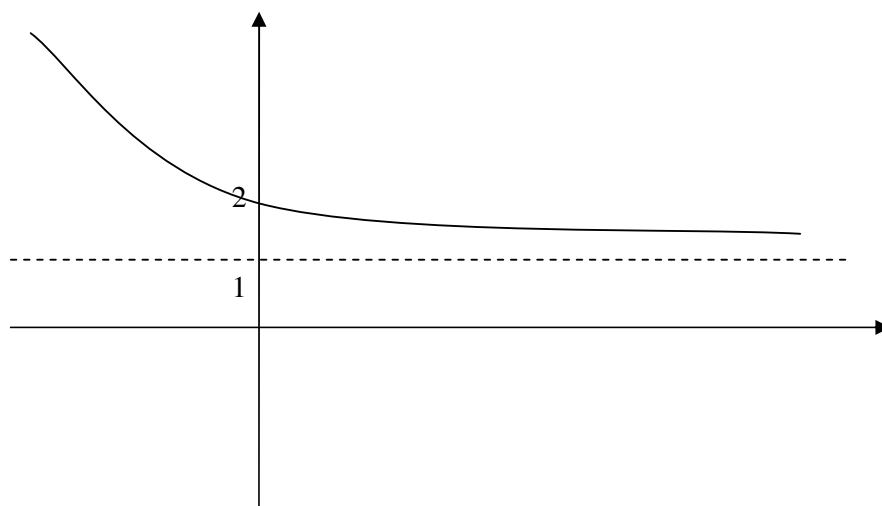
12) Sean $N = (2^{3x})^x$, $P = 2^{4x}$, $Q = 2^{3x^2}$, $R = 8^{x^2}$, $S = 8^{2x}$. Entonces:

- A) $N=P$ y $N=R$
- B) $N=Q$ y $N=R$
- C) $N=P$ y $N=S$
- D) $N=R$ y $N=S$

13) Una fábrica ha instalado un nuevo proceso que conducirá a un crecimiento en los ingresos con una razón (en miles de dólares) dada por $R(t)=160-10.2^{\frac{t}{2}}$ donde t es el tiempo medido en años; sin embargo el nuevo proceso produce costos adicionales que se incrementan (también en miles de dólares) a razón de $C(t)=10.2^{\frac{t}{2}}$. En tales circunstancias existirá un momento en que la razón de crecimiento de los ingresos coincidirá con la razón de crecimiento de los costos y en tal momento será necesario detener el proceso. El tal momento tendrá lugar cuando hayan transcurrido:

- A) 3 años.
- B) 6 años.
- C) 4 años.
- D) 8 años.

14) Si el siguiente representa el gráfico de una función cuya ley está dada por la ecuación $f(x) = a^x + b$



Entonces

- A) $a < 0$, $b = 2$
- B) $0 < a < 1$, $b = 1$
- C) $0 < a < 1$, $b = 2$
- D) $a < 0$, $b = 1$

15) La producción, (en toneladas por hectárea), de un determinado cultivo de trigo está dada por $P(x) = 100 (1-e^{-kx}) + 20$, donde x representa la cantidad, (en kilos por hectárea), de fertilizante utilizado. Entonces la producción obtenida sin el uso de fertilizantes es:

- A) 100 toneladas por hectárea.
- B) 120 toneladas por hectárea.
- C) 20 toneladas por hectárea.
- D) 0 toneladas por hectárea.

Parte 2: Prueba de producción

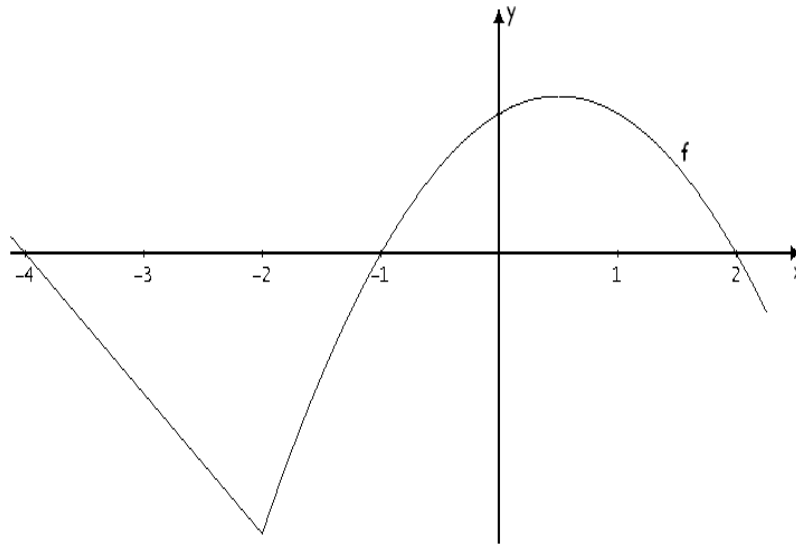
- 1) Considere una sucesión de números, construida de manera que cada término a partir del tercero es la suma de los dos términos anteriores.
 - a) Construya los primeros cinco términos de una sucesión de números enteros que verifique la regla anterior.
 - b) ¿Es única la sucesión obtenida en A? Si no es así ¿qué información adicional necesitaría para determinar una sucesión entre todas las posibles?
 - c) Designando con x_h al término de la sucesión que ocupa el lugar h , exprese algebraicamente la regla que permite construir la sucesión.

2) Se estima que dentro de t años la población de una cierta comunidad estará dada por: $P(t) = 200 - \frac{60}{t+1}$

- a) ¿Cuál es la población actual de la comunidad?
- b) ¿Es una población que está en crecimiento o en descenso? Justifique su respuesta.
- c) De estar en crecimiento o en descenso, ¿este crecimiento o descenso es constante, aumenta o disminuye cada año? Justifique su respuesta.
- d) ¿Estima usted que existe una población tope que nunca podrá ser superada? Argumente su respuesta.

- 3) De un grupo de jóvenes se sabe que
- i) el 40% no viven en casa de sus padres
 - ii) de los que no viven en casa de sus padres, un 75% trabajan
 - ii) entre los que no trabajan, el 80% vive en casa de sus padres
- a) ¿Qué porcentaje de ese grupo de jóvenes no viven en casa de sus padres y no trabajan?
- b) ¿Qué porcentaje de ese grupo de jóvenes no trabajan?
- c) Si un joven del grupo trabaja ¿qué probabilidad hay de que no viva en casa de sus padres?

4) Una función f es lineal si $x < -2$ y cuadrática si $x \geq -2$. El siguiente es el gráfico de dicha función.



- Si los datos del gráfico son suficientes para hacerlo, dé una fórmula para f .
- En caso de que los datos no sean suficientes, explique por qué, agregue la cantidad mínima de datos suficiente para dar la fórmula, y dé una fórmula para f .

